Seconde 4 **2017-2018 Sujet 1**

DS1 repérage et configurations du plan

<u>Exercice 1</u> : Médiatrice (6 points)

Dans le repère orthonormé (O;I,J) on considère les points suivants :

- A(6;0)
- B(0;4)
- C(1;-1)

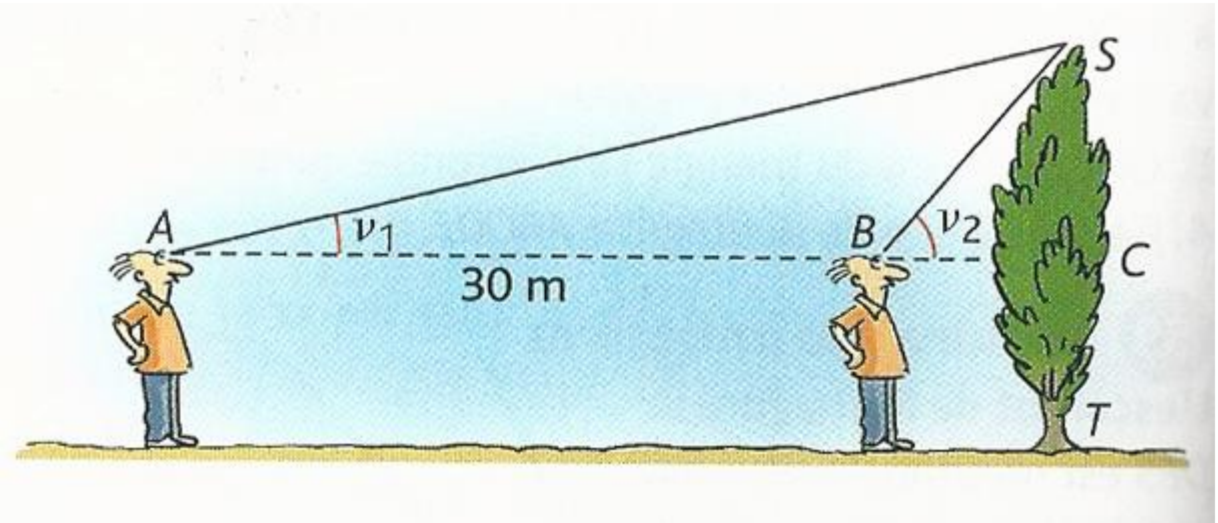
1) Faire une figure
2) Prouver que le triangle ABC est rectangle
3) On appelle K le milieu du segment [AB].
   a) Calculer les coordonnées de K.
   b) Prouver que K appartient à la médiatrice du segment [OC].

<u>Exercice 2</u> : (4 points)

Un observateur vise le sommet S d'un arbre et mesure l'angle $\widehat{CAS}$ entre l'horizontale (AC) et la droite (AS) : il obtient $v_1 = 20°$.

Il avance ensuite d'une distance AB = 30 m et mesure l'angle $\widehat{CBS}$: il obtient $v_2 = 35°$.
On suppose que son œil se situe à 1,70 m du sol.

1) En appliquant une relation trigonométrique dans le triangle rectangle SBC, exprimer BC en fonction de SC.
2) Démontrer que :
$$\tan 20° = \frac{SC \times \tan 35°}{30 \times \tan 35° + SC}$$
3) En déduire l'expression de SC en fonction de tan 20° et tan 35°.
4) Quelle est la hauteur de l'arbre (arrondir à 0,01 m près) ?



DS1 repérage et configurations du plan

Exercice 1 : Médiatrice (6 points)

Dans le repère orthonormé (O;I,J) on considère les points suivants :

- A(3;2)
- B(1;0)
- C(0;5)

1) Faire une figure
2) Prouver que le triangle ABC est rectangle
3) On appelle I le milieu du segment [BC].
   a) Calculer les coordonnées de I.
   b) Prouver que I appartient à la médiatrice du segment [OA].

Exercice 2 : Terre ! Terre ! (4 points)

Un voilier suit un cap fixe (il se déplace sur la droite (AH) dans la direction de A vers H). à la vitesse constante de 22 km/h.

Le capitaine du bateau note l'heure à laquelle l'angle entre la direction du cap et celle de l'îlot I mesure 24° (position A) puis 38° (position B).

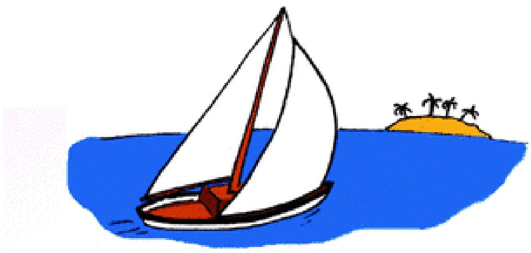
Il déclare : "entre les deux relevés, il s'est écoulé 12 minutes. J'en déduis que nous passerons donc à 4,6 km environ de l'îlot (distance d sur la figure)"

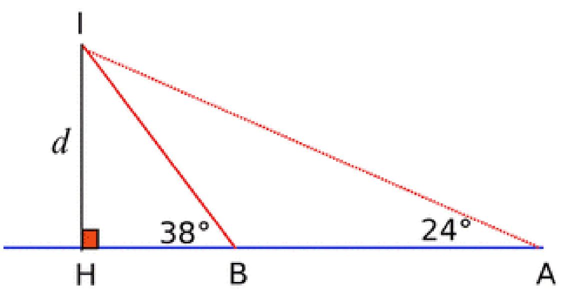
Justifier l'affirmation du capitaine.

Indications :

- Utiliser deux fois la trigonométrie;
- On pourra montrer que : $\tan 24° = \dfrac{d \times \tan 38°}{4{,}4 \times \tan 38° + d}$

  Puis on en déduira d en fonction de tan 24° et tan 38°.





DS1 repérage et configurations du plan

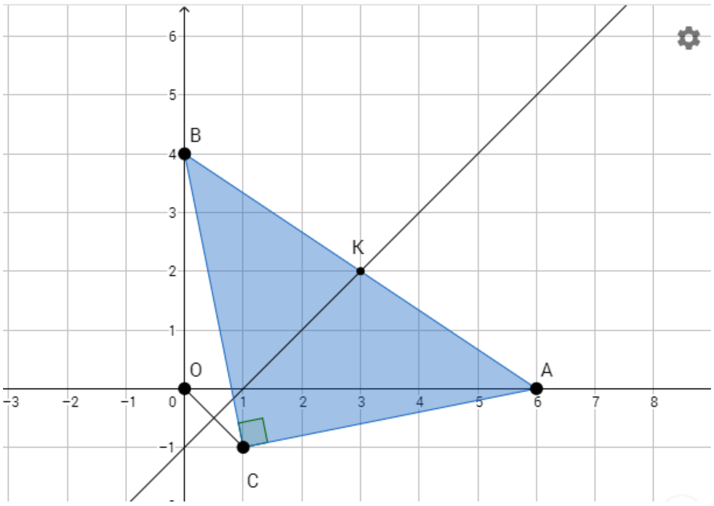
CORRECTION

Exercice 1 : Médiatrice (6 points)

Dans le repère orthonormé (O;I,J) on considère les points suivants :

- A(6;0)
- B(0;4)
- C(1;-1)

1) Faire une figure
2) Prouver que le triangle ABC est rectangle
3) On appelle K le milieu du segment [AB].
   a) Calculer les coordonnées de K.
   b) Prouver que K appartient à la médiatrice du segment [OC].



2) $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (0-6)^2 + (4-0)^2 = 36 + 16 = 52$

$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (1-6)^2 + (-1-0)^2 = 25 + 1 = 26$

$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (1-0)^2 + (-1-4)^2 = 1 + 25 = 26$

L'égalité de Pythagore $AB^2 = AC^2 + BC^2$ étant vérifiée, le triangle ABC est rectangle en C.

3) a) K est le milieu de [AB].

Donc $x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

Soit $x_K = \dfrac{6+0}{2} = 3$ et $y_K = \dfrac{0+4}{2} = 2$

Les coordonnées du point K sont (3 ;2).

b) $OK^2 = (x_K - x_O)^2 + (y_K - y_O)^2 = (3-0)^2 + (2-0)^2 = 9 + 4 = 13$

$CK^2 = (x_K - x_C)^2 + (y_K - y_C)^2 = (3-1)^2 + (2+1)^2 = 4 + 9 = 13$

OK = CK : donc K appartient à la médiatrice du segment [OC].

DS1 repérage et configurations du plan

CORRECTION

Exercice 2 : (4 points)

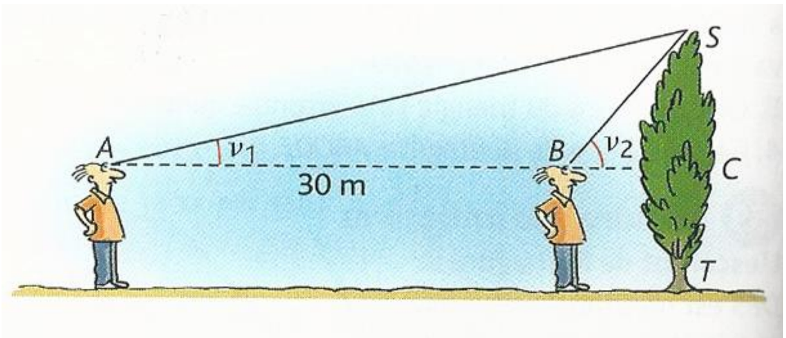
Un observateur vise le sommet S d'un arbre et mesure l'angle $\widehat{CAS}$ entre l'horizontale (AC) et la droite (AS) : il obtient $v_1 = 20°$.

Il avance ensuite d'une distance AB = 30 m et mesure l'angle $\widehat{CBS}$: il obtient $v_2 = 35°$.
On suppose que son œil se situe à 1,70 m du sol.

1) En appliquant une relation trigonométrique dans le triangle rectangle SBC, exprimer BC en fonction de SC.
2) Démontrer que :

$$\tan 20° = \frac{SC \times \tan 35°}{30 \times \tan 35° + SC}$$

3) En déduire l'expression de SC en fonction de tan 20° et tan 35°.
4) Quelle est la hauteur de l'arbre (arrondir à 0,01 m près) ?



1) Dans le triangle SBC rectangle en C, on a : $\tan v_2 = \frac{SC}{BC}$.

   Soit $\tan 35° = \frac{SC}{BC}$

   D'où : $BC = \frac{SC}{\tan 35°}$

2) Dans le triangle ACS rectangle en C, on a :
3) $\tan v_1 = \frac{SC}{AC}$

   Soit $\tan 20° = \frac{SC}{AB + BC} = \frac{SC}{30 + \frac{SC}{\tan 35°}} = \frac{SC \times \tan 35°}{\left(30 + \frac{SC}{\tan 35°}\right)\tan 35°} = \frac{SC \times \tan 35°}{30 \times \tan 35° + SC}$

4) $\tan 20° = \frac{SC \times \tan 35°}{30 \times \tan 35° + SC}$ $\Leftrightarrow$ $\tan 20° \times (30 \times \tan 35° + SC) = SC \times \tan 35°$

   $\Leftrightarrow$ $30 \times \tan 20° \times \tan 35° + SC \times \tan 20° = SC \times \tan 35°$

   $\Leftrightarrow$ $SC \times \tan 35° - SC \times \tan 20° = 30 \times \tan 20° \times \tan 35°$

   $\Leftrightarrow$ $SC(\tan 35° - \tan 20°) = 30 \times \tan 20° \times \tan 35°$

   $\Leftrightarrow$ $SC = \frac{30 \times \tan 20° \times \tan 35°}{\tan 35° - \tan 20°}$

A l'aide de la calculatrice, on obtient une valeur approchée de SC : $\approx 22,75$ m
La hauteur de l'arbre est : $ST = TC + CS \approx 24,44$ m

DS1 repérage et configurations du plan

CORRECTION

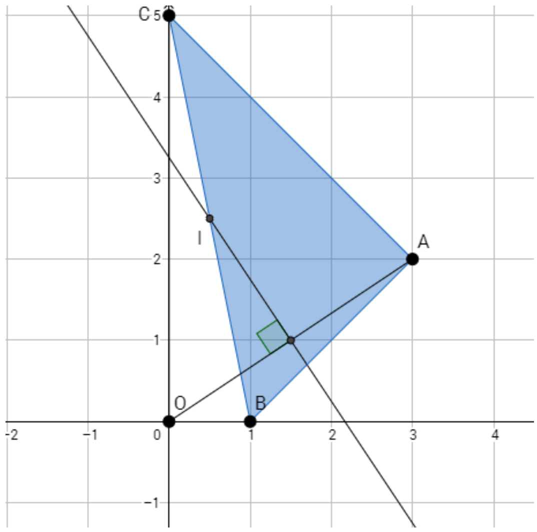
Exercice 1 : Médiatrice (6 points)

Dans le repère orthonormé (O;I,J) on considère les points suivants :

- A(3;2)
- B(1;0)
- C(0;5)

1) Faire une figure
2) Prouver que le triangle ABC est rectangle
3) On appelle I le milieu du segment [BC].
   a) Calculer les coordonnées de I.
   b) Prouver que I appartient à la médiatrice du segment [OA].

a)



2) $CB^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = (1-0)^2 + (0-5)^2 = 1 + 25 = 26$

$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (0-3)^2 + (5-2)^2 = 9 + 9 = 18$

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (1-3)^2 + (0-2)^2 = 4 + 4 = 8$

L'égalité de Pythagore $CB^2 = AC^2 + AB^2$ étant vérifiée, le triangle ABC est rectangle en A.

3) a) I est le milieu de [BC].

Donc $x_I = \dfrac{x_B + x_C}{2}$ et $y_K = \dfrac{y_B + y_C}{2}$

Soit $x_I = \dfrac{1+0}{2} = \dfrac{1}{2}$ et $y_I = \dfrac{0+5}{2} = \dfrac{5}{2}$

Les coordonnées du point I sont $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right)$.

b) $OI^2 = (x_I - x_O)^2 + (y_I - y_O)^2 = \left(\dfrac{1}{2} - 0\right)^2 + \left(\dfrac{5}{2} - 0\right)^2 = \dfrac{1}{4} + \dfrac{25}{4} = \dfrac{26}{4} = \dfrac{13}{2}$

$IA^2 = (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = \left(3 - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(2 - \dfrac{5}{2}\right)^2 = \left(\dfrac{5}{2}\right)^2 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{25}{4} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{13}{2}$

OI = IA : donc I appartient à la médiatrice du segment [OA].

DS1 repérage et configurations du plan

CORRECTION

Exercice 2 : Terre ! Terre ! (4 points)

Un voilier suit un cap fixe (il se déplace sur la droite (AH) dans la direction de A vers H). à la vitesse constante de 22 km/h.

Le capitaine du bateau note l'heure à laquelle l'angle entre la direction du cap et celle de l'îlot I mesure 24° (position A) puis 38° (position B).

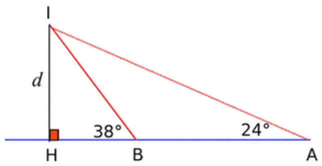
Il déclare : "entre les deux relevés, il s'est écoulé 12 minutes. J'en déduis que nous passerons donc à 4,6 km environ de l'îlot (distance d sur la figure)"

Justifier l'affirmation du capitaine.

Indications :

- Utiliser deux fois la trigonométrie;
- On pourra montrer que : $\tan 24° = \dfrac{d \times \tan 38°}{4{,}4 \times \tan 38° + d}$

  Puis on en déduira d en fonction de tan 24° et tan 38°.



On a $v = \dfrac{d}{t}$ et 12 minutes $= \dfrac{12}{60}$ h

Soit $AB = d \times t = 22 \times \dfrac{12}{60} = 4{,}4$ km

Dans le triangle BHI rectangle en H, on a : $\tan \widehat{HBI} = \dfrac{HI}{HB}$

Soit : $\tan 38° = \dfrac{d}{HB}$

D'où $HB = \dfrac{d}{\tan 38°}$

Dans le triangle AHI rectangle en H, on a : $\tan \widehat{HAI} = \dfrac{HI}{HA}$

Soit : $\tan 24° = \dfrac{d}{HA} = \dfrac{d}{AB + HB} = \dfrac{d}{4{,}4 + \dfrac{d}{\tan 38°}} = \dfrac{d \times \tan 38°}{\left(4{,}4 + \dfrac{d}{\tan 38°}\right) \times \tan 38°} = \dfrac{d \times \tan 38°}{4{,}4 \times \tan 38° + d}$

DS1 repérage et configurations du plan

CORRECTION

$\tan 24° = \dfrac{d \times \tan 38°}{4,4 \times \tan 38° + d}$ $\Leftrightarrow$ $d \times \tan 38° = \tan 24° \times (4,4 \times \tan 38° + d)$

$\Leftrightarrow$ $d \times \tan 38° = 4,4 \times \tan 24° \times \tan 38° + d \times \tan 24°$

$\Leftrightarrow$ $d \times \tan 38° - d \times \tan 24° = 4,4 \times \tan 24° \times \tan 38°$

$\Leftrightarrow$ $d(\tan 38° - \tan 24°) = 4,4 \times \tan 24° \times \tan 38°$

$\Leftrightarrow$ $d = \dfrac{4,4 \times \tan 24° \times \tan 38°}{\tan 38° - \tan 24°}$

A l'aide de la calculatrice, on obtient une valeur approchée de d : $d \approx 4,6$ km

Résultat qui conforme bien la déclaration du capitaine du bateau.