

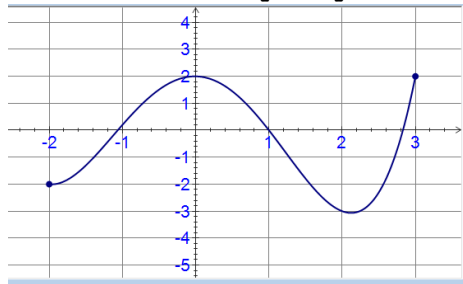
I Continuité sur un intervalle

Définition

f est une fonction définie sur un intervalle I et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.
Dire que f est **continue** sur I signifie que l'on peut tracer sa courbe \mathcal{C} sans lever le crayon.

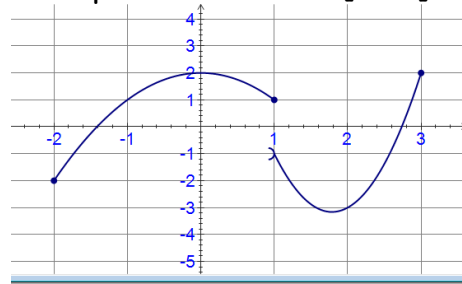
Exemple 1

La fonction f représentée ci-dessous est continue sur $[-2;3]$.



Exemple 2

La fonction g représentée ci-dessous n'est pas continue sur $[-2;3]$.

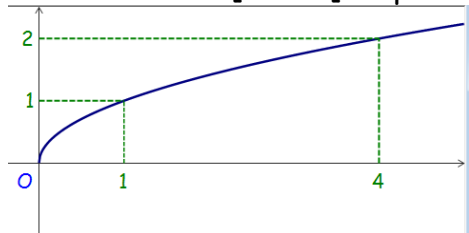


Propriété

Toute fonction dérivable sur I est continue sur I .

Remarque : Attention, la réciproque est fausse.

Contre-exemple : On peut tracer la courbe représentant la fonction racine carrée sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et pourtant cette fonction n'est pas dérivable en 0.



II Continuité des fonctions usuelles

Propriétés

- Les **fonctions polynômes** sont continues sur \mathbb{R} .
- La **fonction exponentielle** est continue sur \mathbb{R} .
- La **fonction racine carrée** est continue sur $]0; +\infty[$.
- Les fonctions construites **par opérations** à partir des précédentes sont continues sur les intervalles qui forment leur ensemble de définition.
(Par exemple, les fonctions rationnelles)
- Si u est une fonction continue sur un intervalle I , alors e^u est continue sur I .

III Propriété fondamentale des fonctions continues

Propriété des valeurs intermédiaires

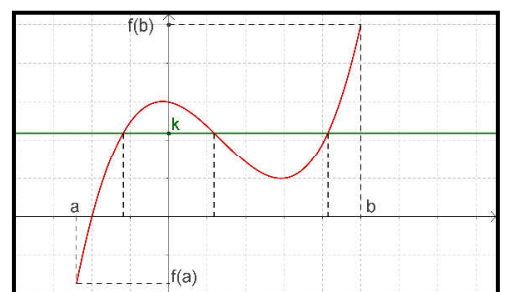
f est une fonction **continue** sur un intervalle I .

Pour tout nombre réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe **au moins** un nombre réel c compris entre a et b tel que $f(c) = k$.

Interprétation graphique :

Dans un repère, \mathcal{C} est la représentation graphique de f .

Pour tout nombre réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, la droite Δ d'équation $y = k$ coupe **au moins une fois** la courbe \mathcal{C} en un point d'abscisse c compris entre a et b .



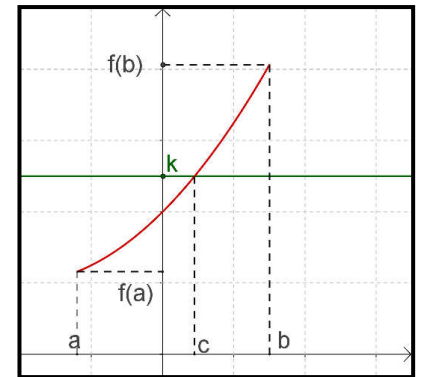
Interprétation en terme d'équation :

Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution comprise entre a et b .

IV Cas d'une fonction continue et strictement monotone

Propriété

Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle $[a;b]$, alors pour tout nombre réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet une solution unique dans l'intervalle $[a;b]$.



Convention sur les tableaux de variation :

Les flèches obliques d'un tableau de variation traduisent la continuité et la stricte monotonie d'une fonction sur l'intervalle considéré.

Exemple :

Le tableau de variation ci-dessous permet d'affirmer que l'équation $f(x) = k$ admet c pour solution unique dans l'intervalle $[a;b]$.

x	a	c	b
f(x)	f(a)	k	f(b)