

NOM :

Prénom :

Note :

10

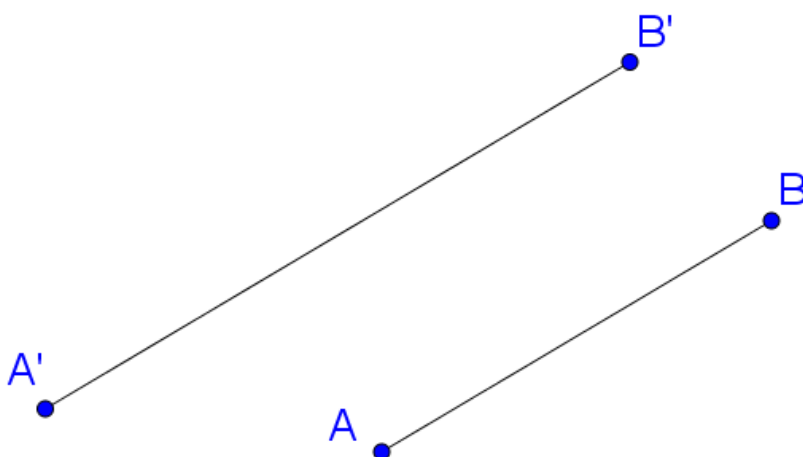
<u>Compétences évaluées</u>	A	B	C	D	E
Transformer un point ou une figure par homothétie.					

Exercice 1 : 6 points

- a) Construire un carré ABCD de côté 3 cm.
Placer un point O à l'extérieur du carré.
Construire l'image A'B'C'D' du carré ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{2}$.
Faire apparaître les traits de constructions en pointillés.
- b) Quelle est la nature du quadrilatère A'B'C'D' ? Justifier
- c) Calculer l'aire du carré ABCD.
- d) Déterminer l'aire du quadrilatère A'B'C'D' en justifiant les calculs.

Exercice 2 : 4 points

- A' est l'image de A par l'homothétie h de centre O et de rapport k.
B' est l'image de B par cette même homothétie h.
- a) Construire le centre O et déterminer le rapport k de cette homothétie en justifiant.
- b) Ecrire les égalités faisant intervenir des longueurs de segment et le rapport k de l'homothétie.
- c) Que peut-on dire des triangles OAB et OA'B' ?



NOM : _____ Prénom : _____

Note :

<hr style="width: 100%;"/> 10

<u>Compétences évaluées</u>	A	B	C	D	E
Transformer un point ou une figure par homothétie.					

Exercice 1 : 6 points

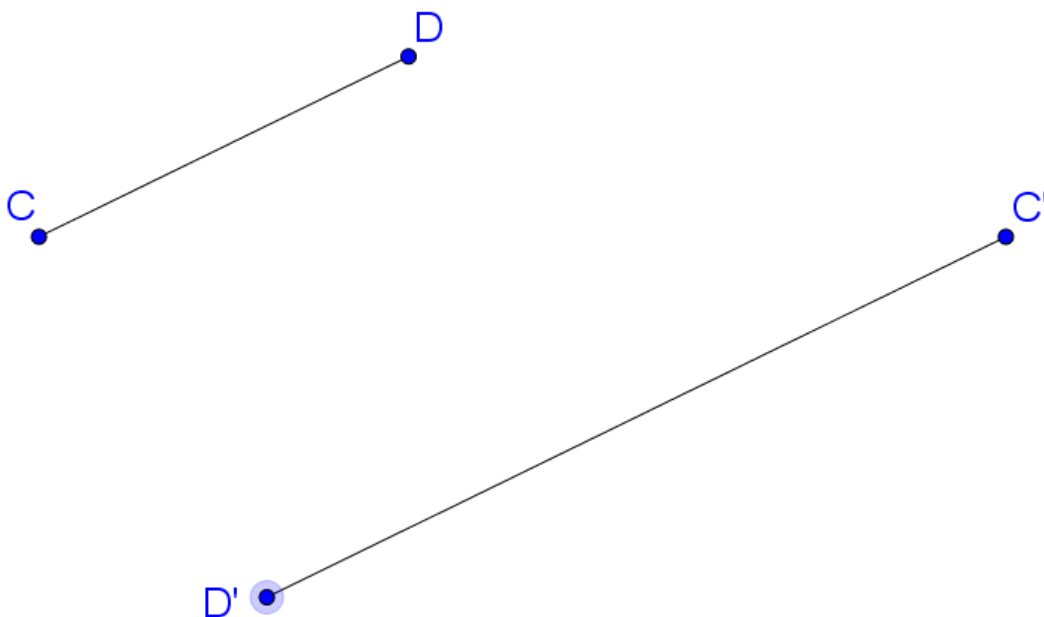
- a) Construire un rectangle ABCD dont les dimensions sont $AB = 3 \text{ cm}$ et $BC = 6 \text{ cm}$.
Placer un point O à l'extérieur du rectangle.
Construire l'image $A'B'C'D'$ du rectangle ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{2}{3}$.
Faire apparaître les traits de constructions en pointillés.
- b) Quelle est la nature du quadrilatère $A'B'C'D'$? Justifier
- c) Calculer l'aire du rectangle ABCD.
- d) Déterminer l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$ en justifiant les calculs.

Exercice 2 : 4 points

C' est l'image de C par une homothétie h de centre I et de rapport k .

D' est l'image de D par cette même homothétie h .

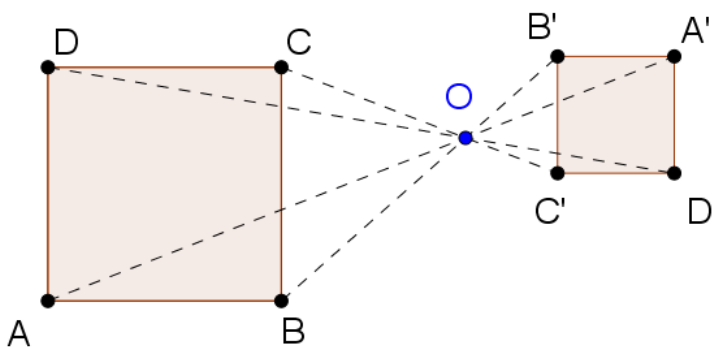
- a) Construire le centre I et déterminer le rapport k de cette homothétie en justifiant.
- b) Ecrire les égalités faisant intervenir des longueurs de segment et le rapport k de l'homothétie.
- c) Que peut-on dire des triangles ICD et $IC'D'$?



Exercice 1 : 7 points

- a) Construire un carré ABCD de côté 3 cm.
Placer un point O à l'extérieur du carré.
Construire l'image A'B'C'D' du carré ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{2}$.
- b) Quelle est la nature du quadrilatère A'B'C'D' ? Justifier
- c) Calculer l'aire du carré ABCD.
- d) Déterminer l'aire du quadrilatère A'B'C'D' en justifiant les calculs.

a)



- b) L'image du segment [AB] par l'homothétie de rapport $-\frac{1}{2}$ et de centre O est le

segment [A'B'] de longueur $\frac{AB}{2}$.

De même $A'D' = \frac{AD}{2}$ et $C'D' = \frac{CD}{2}$ et $B'C' = \frac{BC}{2}$

Donc $A'B' = A'D' = C'D' = B'C'$

L'homothétie conservant les angles, on a :

$$\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 90^\circ$$

A'B'C'D' est un quadrilatère ayant un angle droit et ses côtés de même longueur :

A'B'C'D' est donc un carré.

- c) Aire(ABCD) = $AB^2 = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$

- d) Aire(A'B'C'D') = $A'B'^2$

$$\text{Or } A'B' = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Donc Aire}(A'B'C'D') = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25 \text{ cm}^2.$$

CORRECTION

Exercice 2 : 4 points

A' est l'image de A par l'homothétie h de centre O et de rapport k .

B' est l'image de B par cette même homothétie h .

- Construire le centre O et déterminer le rapport k de cette homothétie en justifiant.
- Ecrire les égalités faisant intervenir des longueurs de segment et le rapport k de l'homothétie.
- Que peut-on dire des triangles OAB et $OA'B'$?

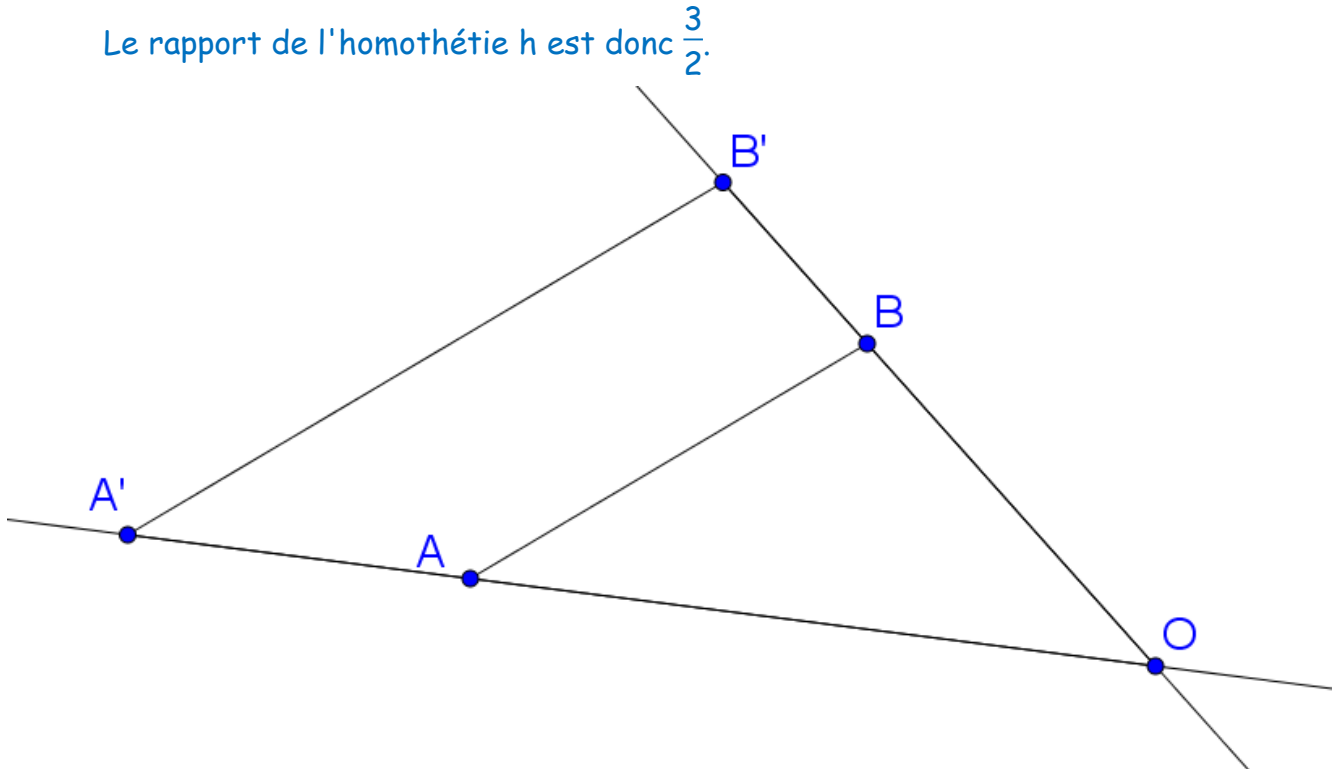
a) O est le point d'intersection des droites (AA') et (BB') .

Comme $A' \in [OA)$ et $B' \in [OB)$ alors le rapport de l'homothétie k est positif.

De plus on a : $A'B' = k \times AB$

$$\text{D'où } k = \frac{A'B'}{AB} \approx 1,5$$

Le rapport de l'homothétie h est donc $\frac{3}{2}$.



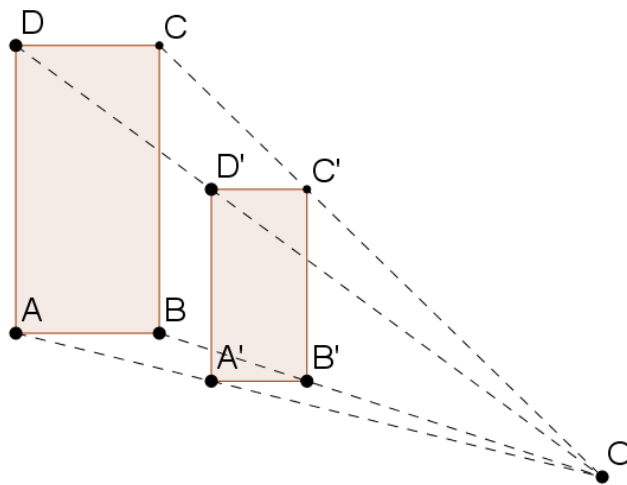
b) On a $OA' = k \times OA = 1,5 \times OA$ et $OB' = k \times OB = 1,5 \times OB$ et $A'B' = k \times AB = 1,5 \times AB$.

c) Les triangles OAB et $OA'B'$ sont semblables (ou homothétiques).

Exercice 1 : 6 points

- a) Construire un rectangle ABCD dont les dimensions sont $AB = 3$ cm et $BC = 6$ cm. Placer un point O à l'extérieur du rectangle. Construire l'image $A'B'C'D'$ du rectangle ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{2}{3}$.
- Faire apparaître les traits de constructions en pointillés.
- b) Quelle est la nature du quadrilatère $A'B'C'D'$? Justifier
- c) Calculer l'aire du rectangle ABCD.
- d) Déterminer l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$ en justifiant les calculs.

a)



- b) L'image du segment $[AB]$ par l'homothétie de rapport $\frac{2}{3}$ et de centre O est le segment $[A'B']$ de longueur $\frac{2}{3} \times AB$.

$$\text{De même } A'D' = \frac{2}{3} \times AD \text{ et } C'D' = \frac{2}{3} \times CD \text{ et } B'C' = \frac{2}{3} \times BC$$

$$\text{Donc } A'B' = D'C' = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \text{ cm et } B'C' = A'D' = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \text{ cm}$$

L'homothétie conservant les angles, on a :

$$\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 90^\circ$$

$A'B'C'D'$ étant un quadrilatère ayant ses côtés opposés deux à deux de même longueur est un parallélogramme.

De plus comme $\widehat{A'B'C'} = 90^\circ$ alors $A'B'C'D'$ est donc un rectangle.

c) $\text{Aire}(ABCD) = AB \times BC = 3 \times 6 = 18 \text{ cm}^2$

d) $\text{Aire}(A'B'C'D') = A'B' \times B'C' = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}^2$

Exercice 2 : 4 points

C' est l'image de C par une homothétie h de centre I et de rapport k .

D' est l'image de D par cette même homothétie h .

- Construire le centre I et déterminer le rapport k de cette homothétie en justifiant.
- Ecrire les égalités faisant intervenir des longueurs de segment et le rapport k de l'homothétie.
- Que peut-on dire des triangles ICD et $IC'D'$?

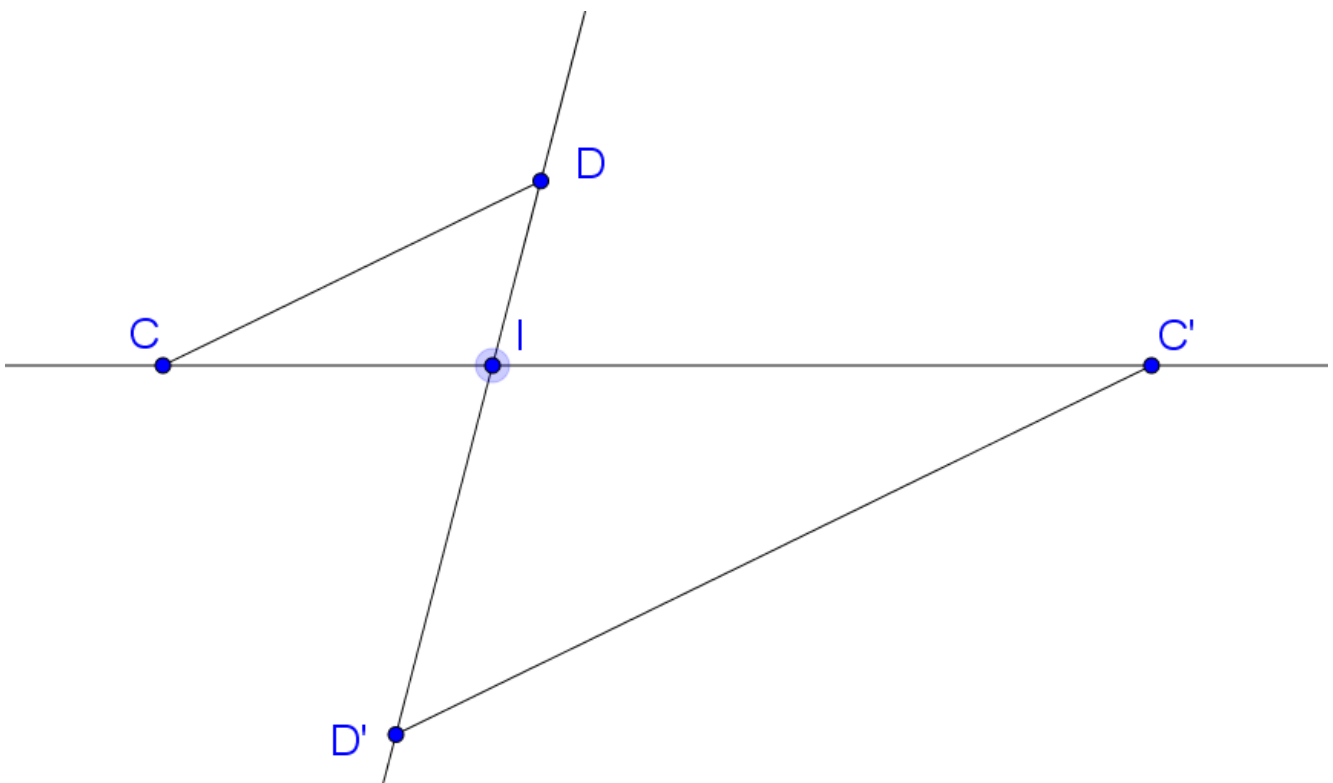
- Le centre I de l'homothétie h est le point d'intersection des droites (CC') et (DD') .

Comme $I \in [CC']$ et $I \in [DD']$ alors le rapport k de l'homothétie h est négatif.

De plus, $C'D' = -k \times CD$

$$\text{Donc } k = -\frac{C'D'}{CD} = -2$$

Le rapport de l'homothétie h est égal à -2 .



- On a $IC' = -k \times IC = 2 \times IC$ et $ID' = -k \times ID = 2 \times ID$ et $C'D' = -k \times CD = 2 \times CD$
- Les triangles ICD et $IC'D'$ sont semblables (ou homothétiques).