

NOM :	Prénom :
-------	----------

Note : _____ 10

<u>Compétences évaluées</u>	
Utiliser des diviseurs, des multiples et des nombres premiers.	
Décomposer en produit de facteurs premiers et rendre une fraction irréductible.	

Exercice 1 : 4 points

- a) 153 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
- b) 223 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
- c) 713 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.

Exercice 2 : 4 points

- a) Décomposer en produit de facteurs premiers les entiers 495 et 525.
- b) En déduire la simplification de la fraction $\frac{495}{525}$.
- c) Pour déterminer le Plus Petit Commun Multiple (PPCM) à deux entiers à partir de leur décomposition en produit de facteurs premiers, on procède comme suit :
On conserve tous les facteurs premiers en attribuant l'exposant le plus élevé aux facteurs premiers communs aux deux entiers.
En déduire le plus petit commun multiple à 495 et 525.

Exercice 3 : Nombre à deviner 2 points

Lorsque je divise 134 par ce nombre le reste est 2.

Lorsque je divise 183 par ce nombre le reste est 3.

Quel peut-être ce nombre ?

Donne toutes les solutions possibles.

IE2 nombres premiers

Note : _____
10

NOM :

Prénom :

Compétences évaluées

Utiliser des diviseurs, des multiples et des nombres premiers.

Décomposer en produit de facteurs premiers et rendre une fraction irréductible.

Exercice 1 : 4 points

- 193 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
- 315 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
- 589 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.

Exercice 2 : 4 points

- Décomposer en produit de facteurs premiers les entiers 364 et 4 312.
- En déduire la simplification de la fraction $\frac{4\ 312}{364}$.
- Pour déterminer le Plus Petit Commun Multiple (PPCM) à deux entiers à partir de leur décomposition en produit de facteurs premiers, on procède comme suit :
On conserve tous les facteurs premiers en attribuant l'exposant le plus élevé aux facteurs premiers communs aux deux entiers.
En déduire le plus petit commun multiple à 364 et 4 312.

Exercice 3 : Nombre à deviner 2 points

Lorsque je divise 202 par ce nombre le reste est 4.

Lorsque je divise 131 par ce nombre le reste est 5.

Quel peut-être ce nombre ?

Donne toutes les solutions possibles.

IE2 nombres premiers
CORRECTION

Exercice 1 : 4 points

- a) 153 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
 b) 223 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
 c) 713 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.

- a) $1 + 5 + 3 = 9$ est 9 est un multiple de 3.
 Donc 153 est un multiple de 3.
 Donc 153 n'est pas un nombre premier.

- b) On effectue les divisions euclidiennes de 223 par la liste des premiers nombres premiers :

diviseur	quotient	reste
2	111	1
3	74	1
5	44	3
7	31	6
11	20	3
13	17	2
17	13	2

223 n'est divisible ni par 2, 3, 5, 7, 13, ni 17 et $17 \times 17 = 289 > 223$,

Donc 223 est un nombre premier.

- c) On effectue les divisions euclidiennes de 713 par la liste des premiers nombres premiers :

diviseur	quotient	reste
2	356	1
3	237	2
5	142	3
7	101	6
11	64	9
13	54	11
17	41	16
19	37	10
23	31	0

$713 = 23 \times 31$. Donc 713 est divisible par 23.

Donc 713 n'est pas un nombre premier.

IE2 nombres premiers

CORRECTION

. Exercice 2 : 4 points

- a) Décomposer en produit de facteurs premiers les entiers 495 et 525.
- b) En déduire la simplification de la fraction $\frac{495}{525}$.
- c) Pour déterminer le Plus Petit Commun Multiple (PPCM) à deux entiers à partir de leur décomposition en produit de facteurs premiers, on procède comme suit :
On conserve tous les facteurs premiers en attribuant l'exposant le plus élevé aux facteurs premiers communs aux deux entiers.
En déduire le plus petit commun multiple à 495 et 525.

$$a) 495 = 3 \times 165 = 3 \times 3 \times 55 = 3 \times 3 \times 5 \times 11 = 3^2 \times 5 \times 11$$

$$525 = 3 \times 175 = 3 \times 5 \times 35 = 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3 \times 5^2 \times 7$$

$$b) \frac{495}{525} = \frac{3^2 \times 5 \times 11}{3 \times 5^2 \times 7} = \frac{3 \times 11}{5 \times 7} = \frac{33}{35}$$

- c) Le Plus Petit Commun Multiple à 495 et 525 est :
 $3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 17\ 325$

Exercice 3 : Nombre à deviner 2 points

Lorsque je divise 134 par ce nombre le reste est 2.

Lorsque je divise 183 par ce nombre le reste est 3.

Quel peut-être ce nombre ?

Donne toutes les solutions possibles.

Soit n le nombre cherché.

On a $134 = n \times q + 2$ avec $2 < n$ et $183 = n \times q' + 3$ avec $3 < n$.

On a donc $n \times q = 134 - 2 = 132$ et $n \times q' = 183 - 3 = 180$

Donc n divise 132 et n divise 180.

n est donc un diviseur commun à 132 et 180

$$132 = 1 \times 132 = 2 \times 66 = 3 \times 44 = 4 \times 33 = 6 \times 22 = 11 \times 12$$

Les diviseurs de 132 sont donc 1; 2; 3; 4; 6; 11; 12; 22; 33; 44; 66 et 132.

$$180 = 1 \times 180 = 2 \times 90 = 3 \times 60 = 4 \times 45 = 5 \times 36 = 6 \times 30 = 9 \times 20 = 10 \times 18 = 12 \times 15$$

Les diviseurs de 180 sont donc : 1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 30; 26; 45; 60; 90 et 180.

Les diviseurs communs à 132 et 180 sont : 1; 2; 3; 4; 6 et 12.

Comme $n > 3$, les nombres possibles sont donc 4, 6 ou 12.

Vérification :

$$134 = 4 \times 33 + 2 \text{ et } 183 = 4 \times 45 + 3$$

$$134 = 6 \times 22 + 2 \text{ et } 183 = 6 \times 30 + 3$$

$$134 = 12 \times 11 + 2 \text{ et } 183 = 12 \times 15 + 3$$

IE2 nombres premiers
CORRECTION

Exercice 1 : 4 points

- a) 193 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
 b) 315 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
 c) 589 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.

a) On effectue les divisions euclidiennes de 193 par la liste des premiers nombres premiers :

diviseur	quotient	reste
2	96	1
3	64	1
5	38	3
7	27	4
11	17	6
13	14	11
17	11	6

193 n'est divisible ni par 2, 3, 5, 7, 13, ni 17 et $17 \times 17 = 289 > 193$,

Donc 193 est un nombre premier.

b) 315 est divisible par 5, donc 315 n'est pas un nombre premier.

c) On effectue les divisions euclidiennes de 589 par la liste des premiers nombres premiers :

diviseur	quotient	reste
2	294	1
3	196	1
5	117	4
7	84	1
11	53	6
13	45	4
17	34	11
19	31	0

$589 = 19 \times 31$, donc 589 est divisible par 19, donc 589 n'est pas un nombre premier.

IE2 nombres premiers
CORRECTION

Exercice 2 : 4 points

- a) Décomposer en produit de facteurs premiers les entiers 364 et 4 312.
- b) En déduire la simplification de la fraction $\frac{4\ 312}{364}$.
- c) Pour déterminer le Plus Petit Commun Multiple (PPCM) à deux entiers à partir de leur décomposition en produit de facteurs premiers, on procède comme suit :
On conserve tous les facteurs premiers en attribuant l'exposant le plus élevé aux facteurs premiers communs aux deux entiers.
En déduire le plus petit commun multiple à 364 et 4 312.
- a) $364 = 2 \times 182 = 2 \times 2 \times 91 = 2^2 \times 7 \times 13 = 2^2 \times 7 \times 13$
 $4\ 312 = 2 \times 2\ 156 = 2 \times 2 \times 1\ 078 = 2 \times 2 \times 2 \times 539 = 2^3 \times 7 \times 77 = 2^3 \times 7 \times 7 \times 11 = 2^3 \times 7^2 \times 11$
- b) $\frac{4\ 312}{364} = \frac{2^3 \times 7^2 \times 11}{2^2 \times 7 \times 13} = \frac{2 \times 7 \times 11}{13} = \frac{154}{13}$
- c) $\text{PPCM}(364; 4\ 312) = 2^3 \times 7^2 \times 11 \times 13 = 56\ 056$

Exercice 3 : Nombre à deviner 2 points

Lorsque je divise 202 par ce nombre le reste est 4.

Lorsque je divise 131 par ce nombre le reste est 5.

Quel peut-être ce nombre ?

Donne toutes les solutions possibles.

Soit n le nombre cherché.

On a $202 = n \times q + 4$ avec $4 < n$ et $131 = n \times q' + 5$ avec $5 < n$.

On a donc $n \times q = 202 - 4 = 198$ et $n \times q' = 131 - 5 = 126$

Donc n divise 198 et n divise 126.

n est donc un diviseur commun à 198 et 126.

$198 = 1 \times 198 = 2 \times 99 = 3 \times 66 = 6 \times 33 = 9 \times 22 = 11 \times 18$

Les diviseurs de 198 sont donc 1; 2; 3; 6; 9; 11; 18; 22; 33; 66; 99 et 198.

$126 = 1 \times 126 = 2 \times 63 = 3 \times 42 = 6 \times 21 = 7 \times 18 = 9 \times 14$

Les diviseurs de 126 sont donc : 1; 2; 3; 6; 7; 9; 14; 18; 21; 42; 63 et 126.

Les diviseurs communs à 198 et 126 sont : 1; 2; 3; 6; 9 et 18.

Comme $n > 5$, les nombres possibles sont donc 6, 9 ou 18.

Vérification :

$202 = 6 \times 33 + 4$ et $131 = 6 \times 21 + 5$

$202 = 9 \times 22 + 4$ et $131 = 9 \times 14 + 5$

$202 = 18 \times 11 + 4$ et $131 = 18 \times 7 + 5$