Classes de $3^{ème}$ **Composition de mathématiques n°1** **3 décembre 2018**

NOM :	**Prénom :**	**Classe :**

Maitrise de la langue : /5 **Note :** /50

Observations :

<u>**Compétences évaluées**</u>	
Décomposer en produit de facteurs premiers et rendre une fraction irréductible	
Utiliser des diviseurs, des multiples et des nombres premiers	
Etudier et représenter des données sous forme de tableaux et de graphiques	
Utiliser la notion de fonction	
Déterminer l'image d'un nombre par une fonction	
Déterminer un antécédent d'un nombre par une fonction	
Transformer un point ou une figure par homothétie	
Calculer une longueur avec le théorème de Thalès	
Utiliser un tableur	
Raisonner	
Représenter	

Durée 2 heures

Il sera tenu compte de la clarté et de la présentation de la copie.

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : /8

1) Donner la liste des diviseurs de 72.

2) Ecrire la fraction $\frac{84}{126}$ sous forme irréductible en décomposant les nombres 84 et 126 en produit de facteurs premiers.

3) Des nombres premiers jumeaux sont des entiers premiers dont la différence est égale à 2.
Proposer deux couples de nombres premiers jumeaux.
Un des deux couples proposé sera composé de nombres supérieurs à 20.

4) Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier .
a) Le produit 8 x 24 est un nombre premier.
b) La somme de deux nombres premiers est un nombre premier.

Exercice 2 : /8

Soient les fonctions f, g définies par :
$f(x) = 6x$ $g(x) = 3x^2 - 9x - 7$
A l'aide d'un tableur, Pauline a construit un tableau de valeurs de ces fonctions.
Elle a étiré vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

B3 =3*B1*B1-9*B1-7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x) = 6x	-18	-12	-6	0	6	12	18
3	g(x) = 3x² - 9x - 7	47	23	5	-7	-13	-13	-7
4								

1) Utiliser le tableur pour déterminer la valeur de f(-2).

2) Ecrire les calculs montrant que g(-3) = 47

3) Faire une phrase utilisant le mot "antécédent" ou le mot "image" pour traduire l'égalité g(-3) = 47.

4) Déterminer par le calcul le ou les antécédents de -15 par f.

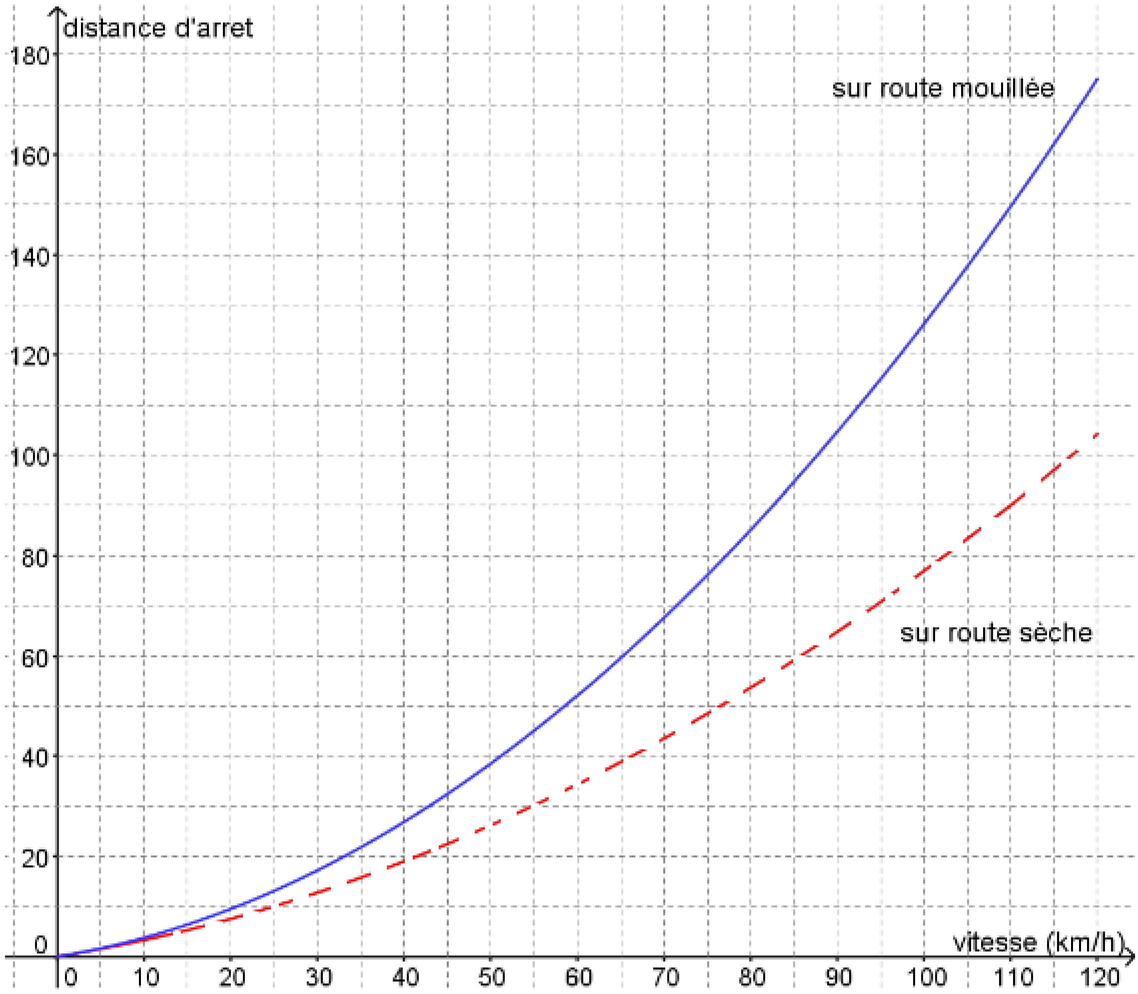
5) Donner la formule saisie dans la cellule B2.

6) a) Représenter graphiquement (**sur l'annexe 1**: page 6) les deux fonctions f et g .
b) Par lecture graphique ci-dessus, déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux courbes.

Exercice 3 : /8

On considère les deux fonctions suivantes :

- La fonction S , qui à la vitesse d'un véhicule (en km/h) fait correspondre sa distance d'arrêt (en m) sur route sèche, et dont la courbe représentative a été tracée en pointillés.
- La fonction M, qui à la vitesse d'un véhicule (en km/h) fait correspondre sa distance d'arrêt (en m) sur route mouillée, et dont la courbe représentative a été tracée en noire en trait plein .



1) Combien de mètres faut-il à un véhicule pour s'arrêter s'il roule :

a) à 80 km/h sur route sèche ?

b) à 80 km/h sur route mouillée ?

2) Par très beau temps, un véhicule a mis 80 mètres pour s'arrêter.
A quelle vitesse roulait-il ?

3) Un véhicule roule à 120 km/h quand il se met à pleuvoir.
Combien de mètres supplémentaires lui faudra-t-il pour s'arrêter en cas de freinage d'urgence ?

4) **Recopier** et compléter les pointillés :

a) M(50) = ………………………

b) Interpréter ce résultat.

5) **Recopier** et compléter les pointillés :

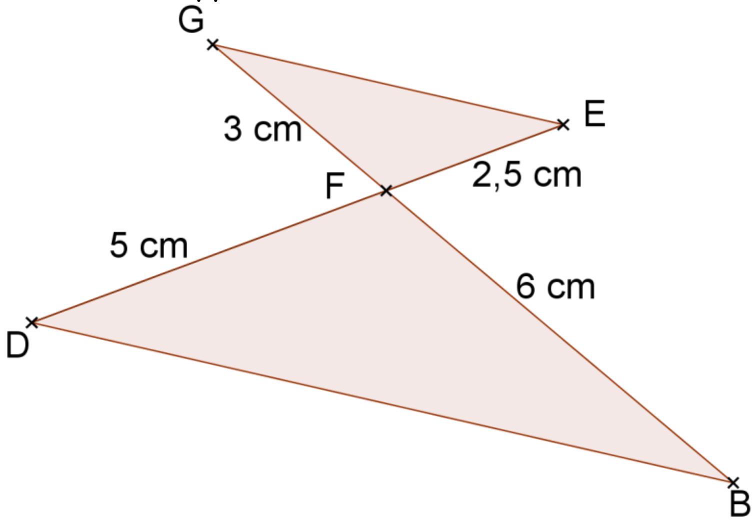
a) S(……….) = 90.

b) Interpréter ce résultat.

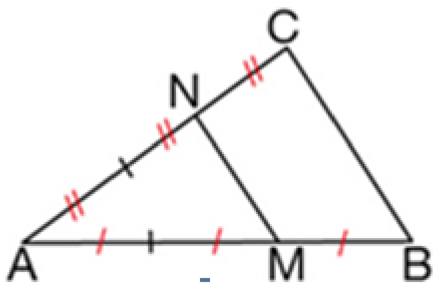
Exercice 4 : /6

1)

a) Le triangle GEF est l'image du triangle BDF par une homothétie de centre F.
Trouver le rapport de cette homothétie.



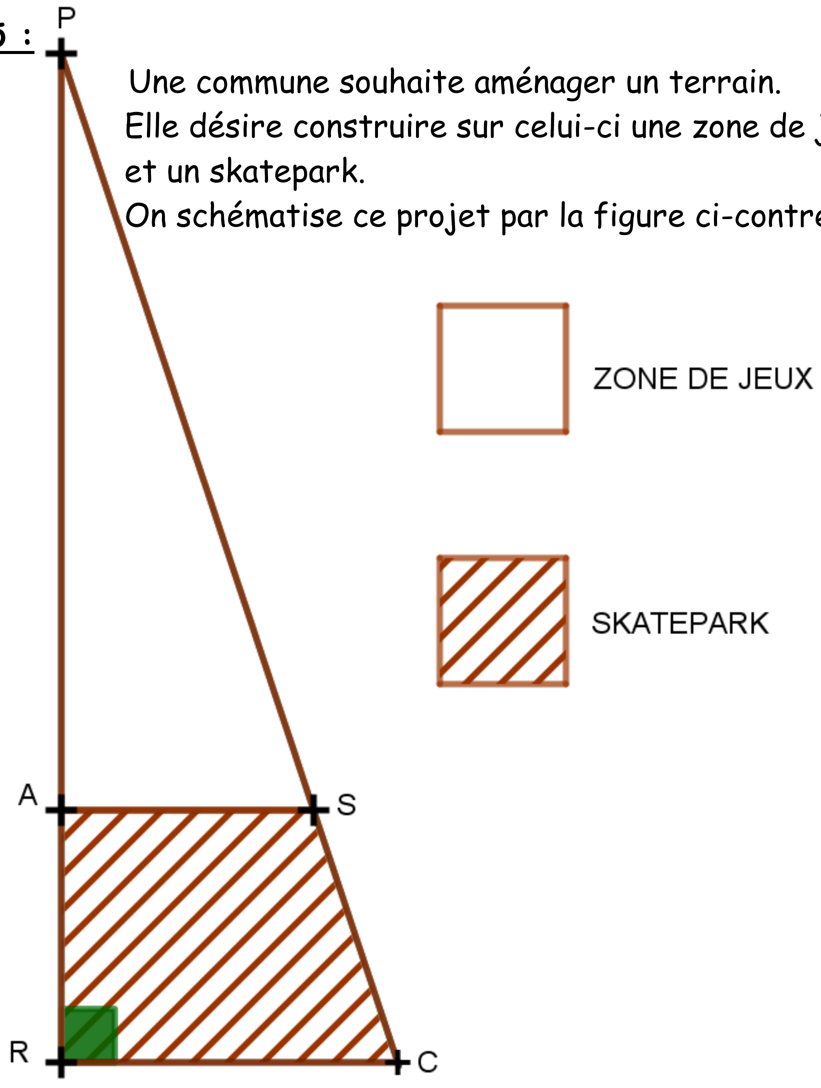
b) Le triangle AMN est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre A.
Trouver le rapport de cette homothétie.



2) Construire **sur l'annexe 3 (page 7)** , l'image A'B'D'C' de ABDC par l'homothétie de centre E et de rapport -1,5.

Exercice 5 : /9

Une commune souhaite aménager un terrain.
Elle désire construire sur celui-ci une zone de jeux pour les enfants et un skatepark.
On schématise ce projet par la figure ci-contre :



On donne PA = 35 m, PS = 37 m, AS = 12 m et AR = 10 m.

1) Montrer que le triangle PAS est rectangle en A. Coder la figure.
2) La commune souhaite semer du gazon sur la zone de jeux pour les enfants.
   Elle décide d'acheter des sacs de 5 kg de mélange de graines de gazon à 13€90 l'unité.
   Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 75 m^2.
   Quel budget doit-elle prévoir ? Justifier.
3) a) Calculer RC. On donnera le résultat arrondi au centimètre.
   b) En déduire l'aire du skatepark. On donnera le résultat arrondi à l'unité.

Exercice 6 : /6

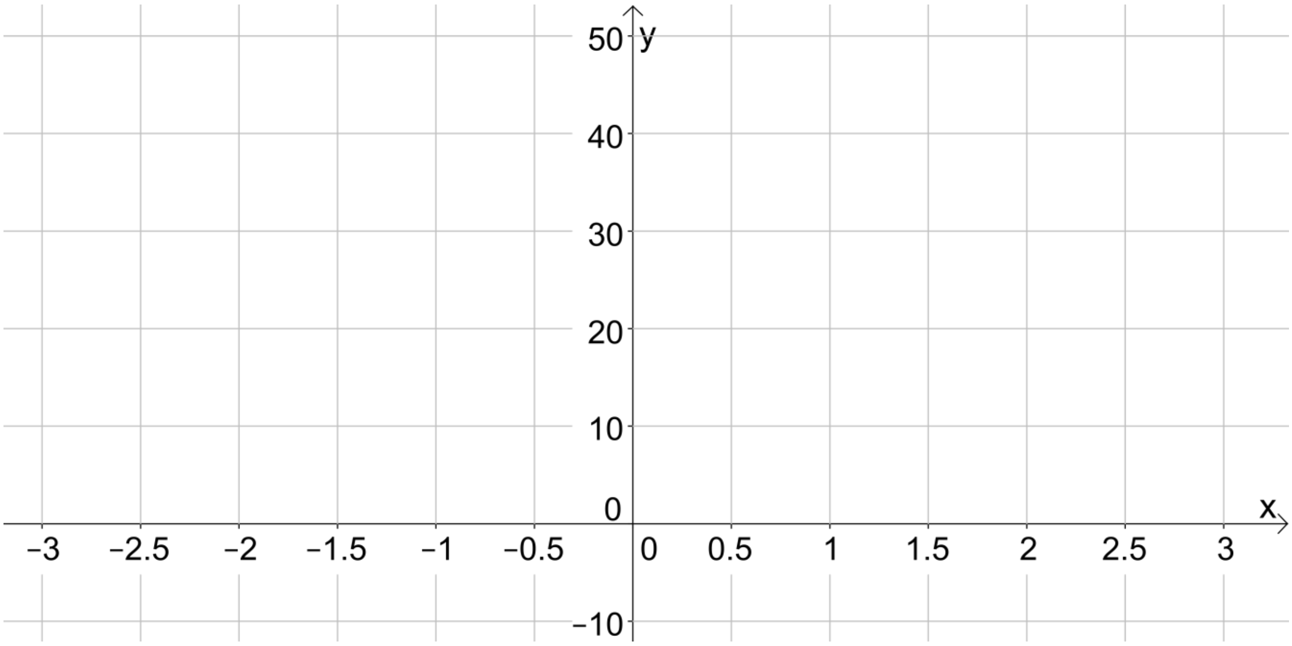
On donne le programme de construction suivant :

Dessiner dans le repère donné **en annexe 2 (page 6)** le motif ainsi obtenu

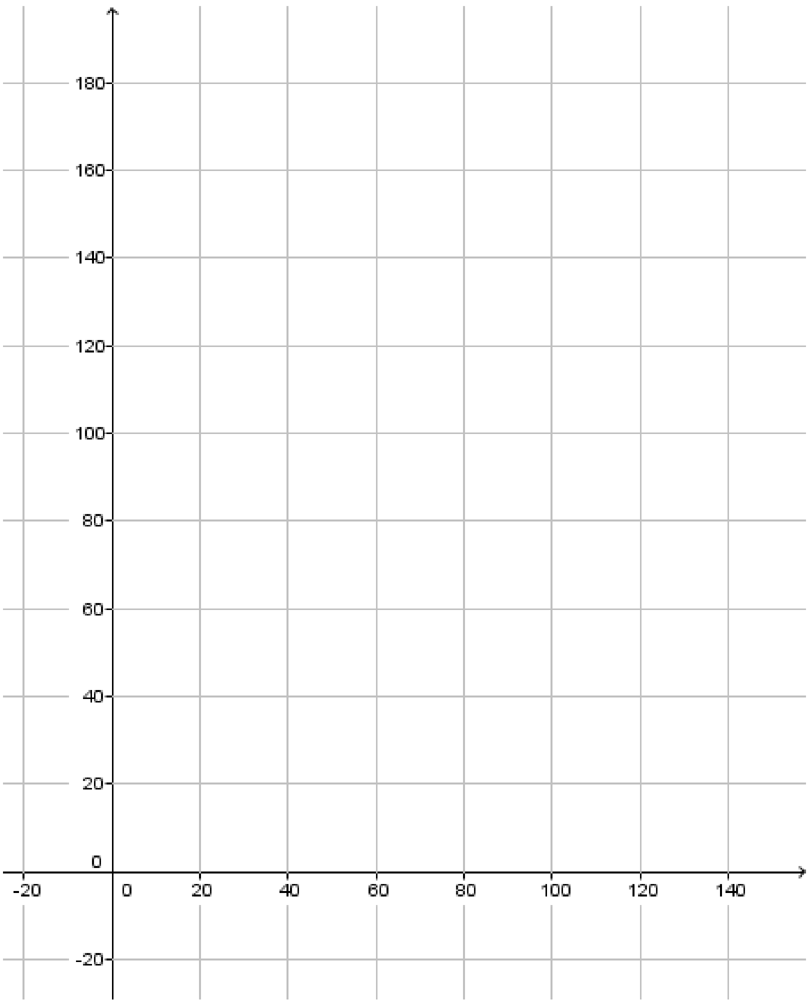
NOM ……………………………………Prénom …………………………………………Classe ……………………………

ANNEXES **A RENDRE AVEC VOTRE COPIE**

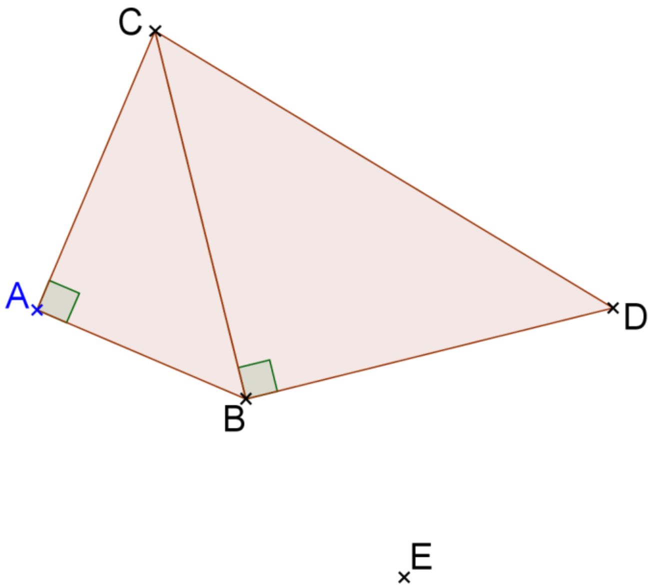
Annexe 1



Annexe 2



Annexe 3



Classes de 3ème **Composition de mathématiques n°1** **3 décembre 2018**

CORRECTION

Exercice 1 : /8

1) Donner la liste des diviseurs de 72.
2) Ecrire la fraction $\frac{84}{126}$ sous forme irréductible en décomposant les nombres 84 et 126 en produit de facteurs premiers.
3) Des nombres premiers jumeaux sont des entiers premiers dont la différence est égale à 2.
   Proposer deux couples de nombres premiers jumeaux.
   Un des deux couples proposé sera composé de nombres supérieurs à 20.
4) Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier
   a) Le produit 8 x 24 est un nombre premier.
   b) La somme de deux nombres premiers est un nombre premier.

1) $72 = 1\times72 = 2\times36 = 3\times24 = 4\times18 = 6\times12 = 8\times9$
   Donc les diviseurs de 72 sont : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36 et 72.
2) $84 = 2\times42 = 2\times2\times21 = 2^2\times3\times7$
   $126 = 2\times63 = 2\times3\times21 = 2\times3\times3\times7 = 2\times3^2\times7$
   $\frac{84}{126} = \frac{2^2\times3\times7}{2\times3^2\times7} = \frac{2}{3}$
3) (5;7) est un couple de premiers jumeaux.
   (29; 31) est un couple de premiers jumeaux supérieurs à 20.
   (41; 43) est un autre couple de premiers jumeaux supérieurs à 20.
4) a) 8×24 n'est pas un nombre premier car il n'a pas que deux diviseurs.
   Voici 3 diviseurs de 8×24 : 1; 8 ; 24.
   b) Faux.
   Contre-exemple : 5 et 7 sont deux nombres premiers et 5 + 7 = 12 n'est pas un nombre premier.

Classes de 3ème **Composition de mathématiques n°1** **3 décembre 2018**

CORRECTION

<u>Exercice 2</u> : /8

Soient les fonctions f, g définies par :

$f(x) = 6x$ $\qquad$ $g(x) = 3x^2 - 9x - 7$

A l'aide d'un tableur, Pauline a construit un tableau de valeurs de ces fonctions.

Elle a étiré vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

B3 =3*B1*B1-9*B1-7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x) = 6x	-18	-12	-6	0	6	12	18
3	g(x) = 3x² - 9x - 7	47	23	5	-7	-13	-13	-7
4								

1) Utiliser le tableur pour déterminer la valeur de f(-2).

2) Ecrire les calculs montrant que g(-3) = 47

3) Faire une phrase utilisant le mot "antécédent" ou le mot "image" pour traduire l'égalité g(-3) = 47.

4) Déterminer par le calcul le ou les antécédents de -15 par f.

5) Donner la formule saisie dans la cellule B2.

6) a) Représenter graphiquement (**sur l'annexe 1**: page 6) les deux fonctions f et g.

b) Par lecture graphique ci-dessus, déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux courbes.

1) $f(-2) = -12$

2) $g(-3) = 3\times(-3)^2 - 9\times(-3) - 7 = 3\times9 + 27 - 7 = 27 + 20 = 47$

3) 47 est l'image de -3 par la fonction g.

Ou : -3 est un antécédent de 7 par la fonction g.

4) On résout l'équation f(x) = -15.

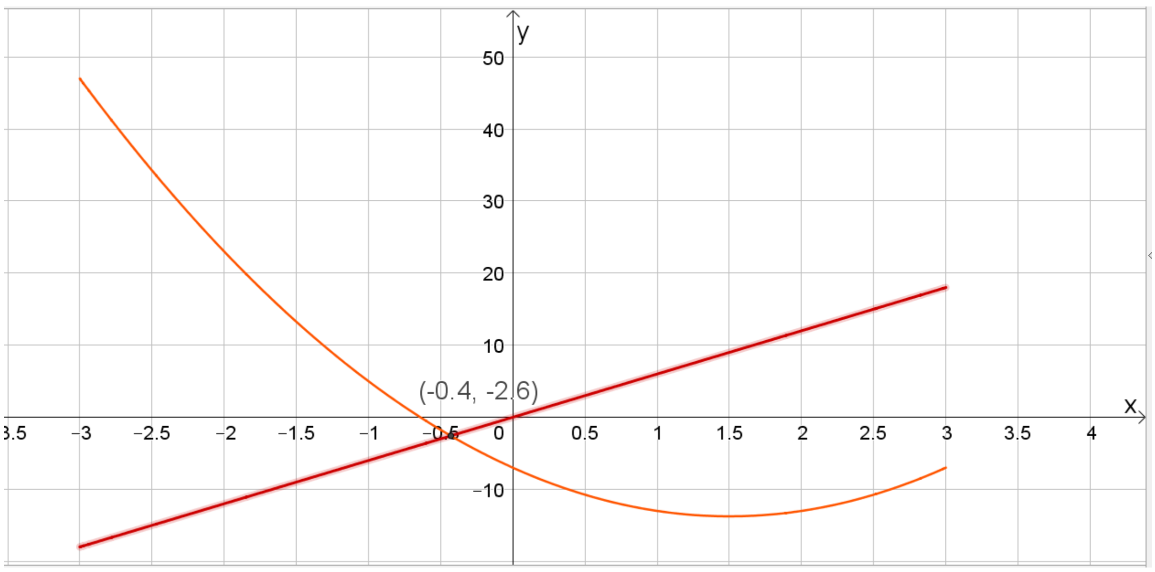
Soit : 6x - -15

Soit $x = -\dfrac{15}{6} = -\dfrac{5\times3}{2\times3} = -\dfrac{5}{2} = -2{,}5$.

L'antécédent de -15 par la fonction f est donc -2,5.

5) Formule en B2 : = 6*B1

6) a)



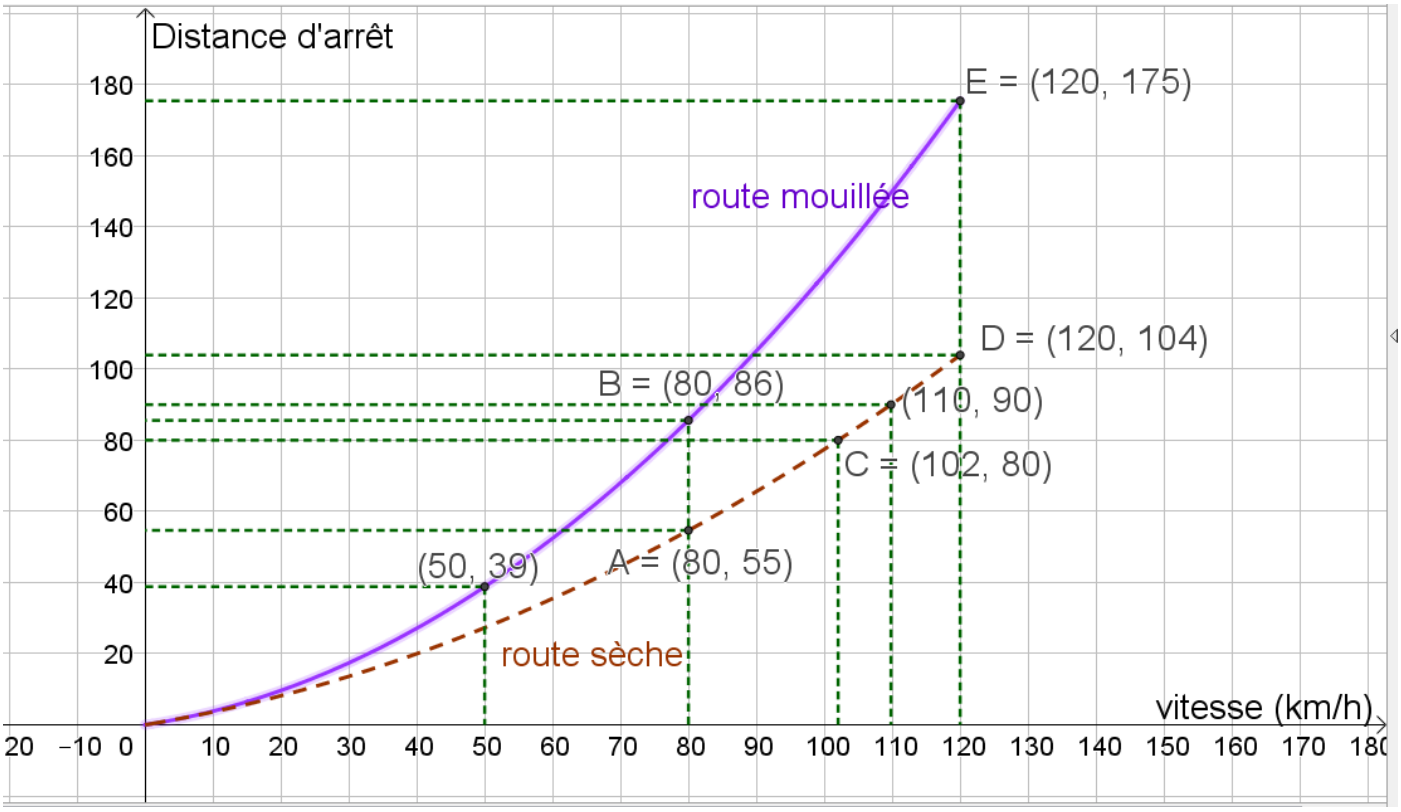
CORRECTION

b) Les coordonnées du point d'intersection de la parabole et de la droite pour x compris entre -3 et 3 sont environ (-0,4; -2,6).

Exercice 3 : /8

On considère les deux fonctions suivantes :

- La fonction S , qui à la vitesse d'un véhicule (en km/h) fait correspondre sa distance d'arrêt (en m) sur route sèche, et dont la courbe représentative a été tracée en pointillés.
- La fonction M, qui à la vitesse d'un véhicule (en km/h) fait correspondre sa distance d'arrêt (en m) sur route mouillée, et dont la courbe représentative a été tracée en noire en trait plein .



1) Combien de mètres faut-il à un véhicule pour s'arrêter s'il roule :

a) à 80 km/h sur route sèche ?

On lit l'ordonnée du point A de la courbe en pointillée d'abscisse 80 : environ 55 m.
Il faut environ 55 mètres à un véhicule pour s'arrêter s'il roule à 80 km/h sur route sèche.

b) à 80 km/h sur route mouillée ?

On lit l'ordonnée du point B de la courbe en trait plein d'abscisse 80 : environ 86 m.
Il faut 86 mètres à un véhicule pour s'arrêter s'il roule à 80 km/h sur route mouillée.

2) Par très beau temps, un véhicule a mis 80 mètres pour s'arrêter.
A quelle vitesse roulait-il ?

On lit l'abscisse du point C de la courbe en pointillée d'ordonnée 80 : environ 102.

CORRECTION

Par très beau temps (sur route sèche), un véhicule qui a mis 80 mètres pour s'arrêter roulait à environ 102 km/h.

3) Un véhicule roule à 120 km/h quand il se met à pleuvoir.
Combien de mètres supplémentaires lui faudra-t-il pour s'arrêter en cas de freinage d'urgence ?
On lit l'ordonnée du point D de la courbe en pointillés d'abscisse 120 : environ 104.
On lit l'ordonnée du point E de la courbe en trait plein d'abscisse 120 : environ 175.
Le nombre de mètres supplémentaires pour s'arrêter est de 175 – 104 = 71 mètres.

4) Recopier et compléter les pointillés :

c) M(50) ≈ 39

d) Interpréter ce résultat.

Sur route mouillée, il faut environ 39 mètres pour s'arrêter si on roule à 50 km/h.

5) Recopier et compléter les pointillés :

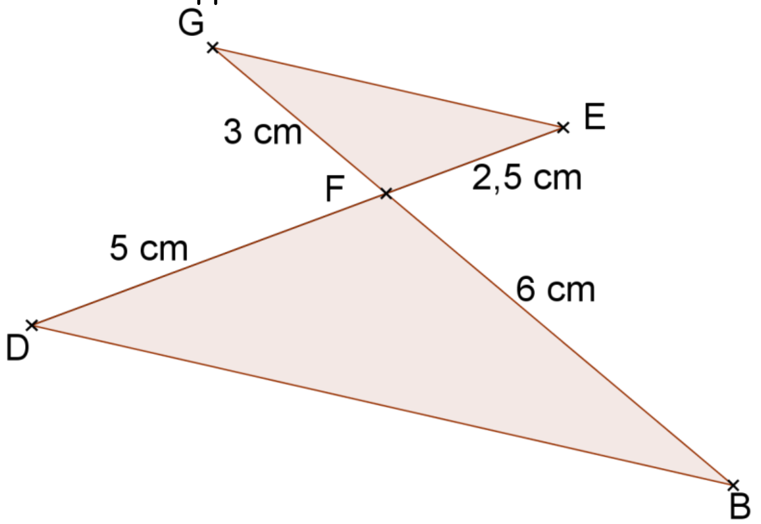
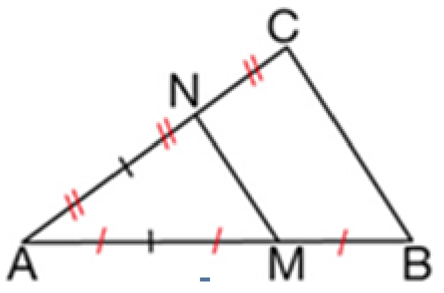
c) S(110) ≈ 90.

d) Interpréter ce résultat.

Sur route sèche, il faut environ 90 mètres pour s'arrêter si on roule à 110 km/h.

Exercice 4 : /6

1)

a) Le triangle GEF est l'image du triangle BDF par une homothétie de centre F. Trouver le rapport de cette homothétie. 	b) Le triangle AMN est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre A. Trouver le rapport de cette homothétie. 

2) Construire **sur l'annexe 3 (page 7)** , l'image A'B'D'C' de ABDC par l'homothétie de centre E et de rapport -1,5.

1) a) Soit k le rapport recherché.
L'image du point B par l'homothétie de centre F et de rapport k est G.

F ∈ [BG] donc k < 0 et FG = -k×FB

Donc $k = -\frac{FG}{FB} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$

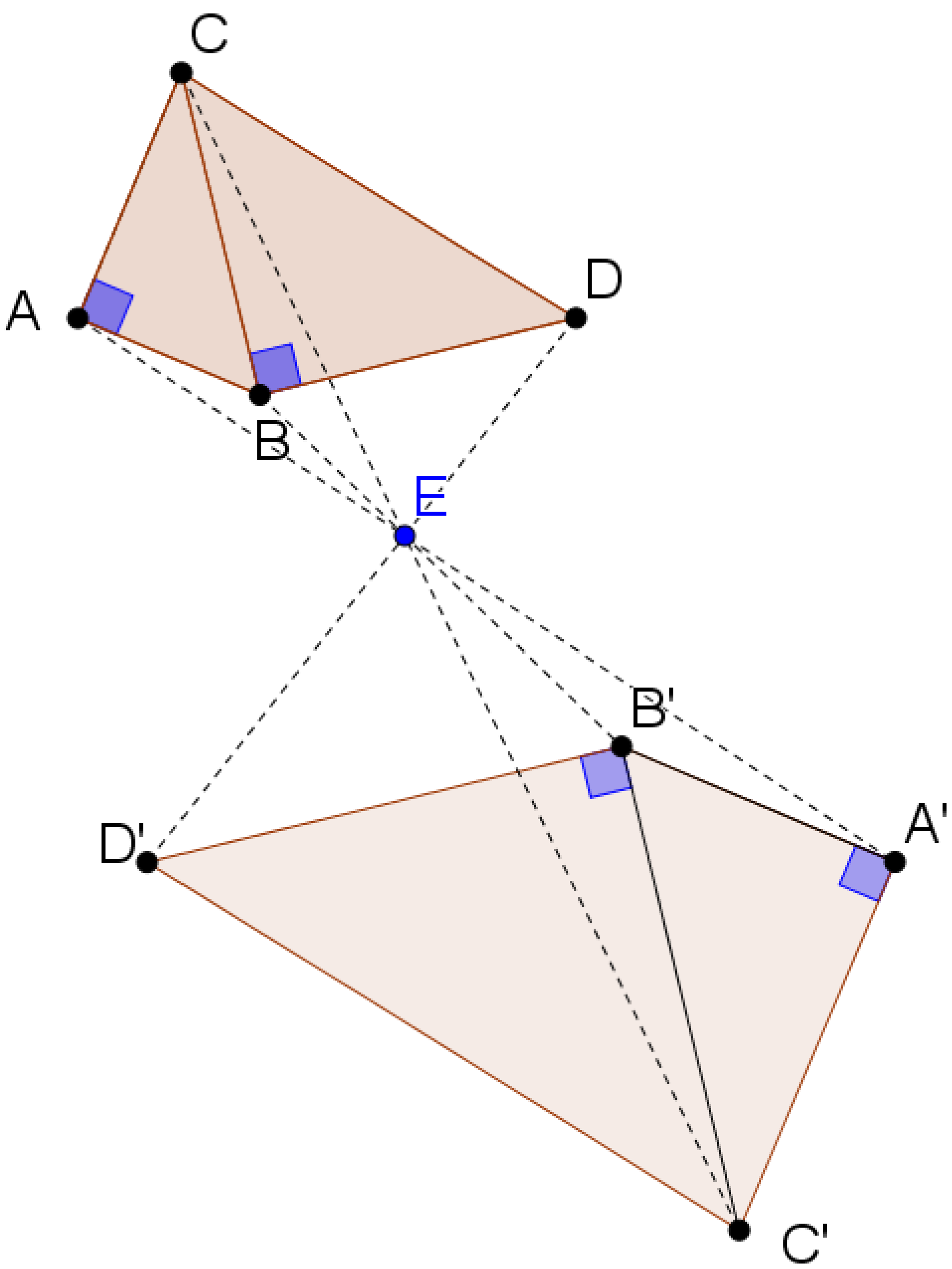
Le rapport de cette homothétie est égal à $-\frac{1}{2}$.

b) Soit k le rapport recherché.
L'image du point B par l'homothétie de centre A et de rapport k est M.
M ∈ [AB) donc k > 0 et AM = k×AB

Donc $k = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$

Le rapport de cette homothétie est égal à $\frac{2}{3}$.

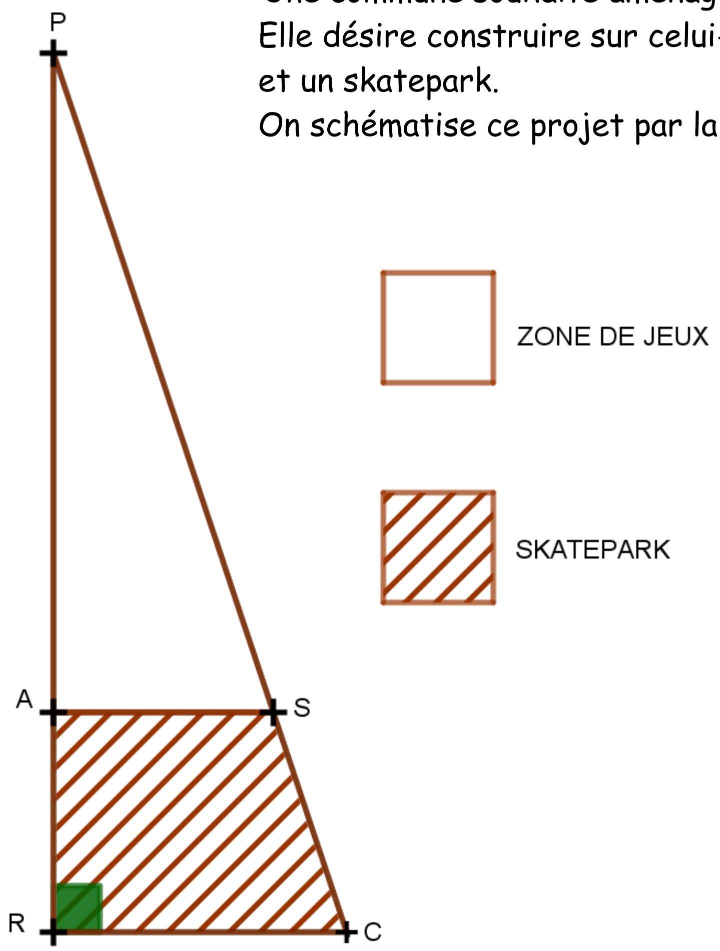
2)



CORRECTION

Exercice 5 : /9

Une commune souhaite aménager un terrain.
Elle désire construire sur celui-ci une zone de jeux pour les enfants et un skatepark.
On schématise ce projet par la figure ci-contre :



On donne PA = 35 m, PS = 37 m, AS = 12 m et AR = 10 m.

1) Montrer que le triangle PAS est rectangle en A. Coder la figure.
2) La commune souhaite semer du gazon sur la zone de jeux pour les enfants.
   Elle décide d'acheter des sacs de 5 kg de mélange de graines de gazon à 13€90 l'unité.
   Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 75 m^2.
   Quel budget doit-elle prévoir ? Justifier.
3) a) Calculer RC. On donnera le résultat arrondi au centimètre.
   b) En déduire l'aire du skatepark. On donnera le résultat arrondi à l'unité.

1) $PS^2 = 37^2 = 1369$ et $PA^2 + AS^2 = 35^2 + 12^2 = 1225 + 144 = 1369$
L'égalité de Pythagore $PS^2 = AS^2 + PA^2$ étant vérifiée, le triangle PAS est donc rectangle en A.

2) $\text{Aire}(PAS) = \dfrac{PA \times AS}{2} = \dfrac{35 \times 12}{2} = 35 \times 6 = 210 \text{ m}^2$

$\dfrac{210}{75} = 2{,}8$ => il faut acheter 3 sacs.

Le budget a prévoir est donc de $3 \times 13{,}9 = 41{,}70$ €

CORRECTION

3) a) Le triangle PAS étant rectangle en A alors les droites (AS) et (AP) sont perpendiculaires.

Les droites (AS) et (RC) perpendiculaires à la même droite (PR) sont parallèles.

A $\in$ (PR) et S $\in$ (PC) et (AS) // (RC), on peut donc appliquer le théorème de Thalès dans les triangles PAS et PRC :

$$\frac{PA}{PR} = \frac{PS}{PC} = \frac{AS}{RC}$$

Soit : $\frac{35}{35+10} = \frac{12}{RC}$

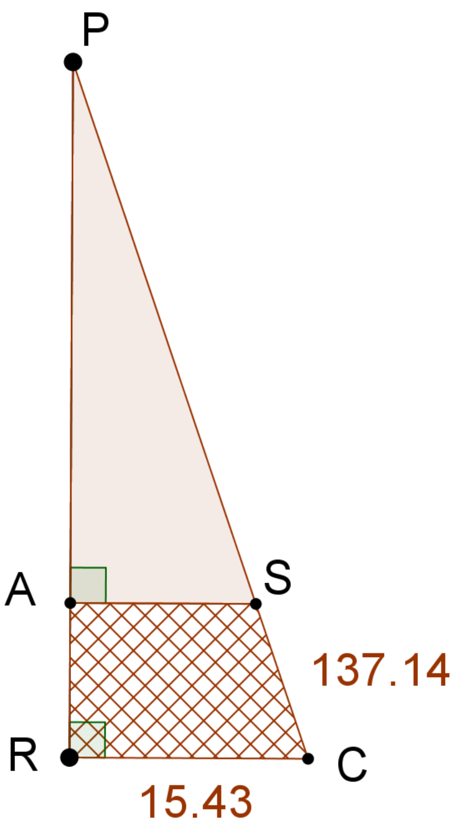
D'où : $RC = \frac{45\times12}{35} = \frac{9\times5\times12}{7\times5} = \frac{108}{7} \approx 15{,}43$ m

b) $\text{Aire(stakepark)} = \text{Aire(RASC)} = \text{Aire(PRC)} - \text{Aire(PAS)} = \frac{PR\times RC}{2} - 210$

$$\text{Aire(stakepark)} = \frac{45\times\frac{108}{7}}{2} - 210 = \frac{45\times108}{7\times2} - 210 = \frac{45\times54}{7} - 210 \approx 484 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire(stakepark)} = \frac{2430 - 7\times210}{7} = \frac{960}{7} \approx 137 \text{ m}^2$$

L'aire du skatepark est d'environ 137 m².



CORRECTION

Exercice 6 : /6

On donne le programme de construction suivant :

```
quand [drapeau] pressé
effacer tout
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
stylo en position d'écriture
avancer de 80
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 80
tourner ↺ de 30 degrés
avancer de 80
tourner ↺ de 120 degrés
avancer de 80
tourner ↺ de 30 degrés
avancer de 80
aller à x: 80 y: 80
s'orienter à -90
avancer de 80
aller à x: 80 y: 0
```

Dessiner dans le repère donné **en annexe 2 (page 6)** le motif ainsi obtenu