Nom : ……………………….. Prénom :………………………..

Appréciation :	**Note :**

BREVET BLANC
MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice est autorisée

Durée de l'épreuve 2 heures

Notation sur 100 points

Toutes réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.

Elle sera prise en compte dans la notation.

Compétences évaluées :

Représenter
Raisonner

Exercice I :

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées.

Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm.

En janvier 2017, les villes Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines.

Voici les données concernant la période du 16 au 25 Janvier 2017 :

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

Moyenne : 72,5 $\mu g/m^3$
Médiane : 83,5 $\mu g/m^3$
Concentration minimale : 22 $\mu g/m^3$
Concentration maximale : 107 $\mu g/m^3$

Source : http ://www.air-rhonealpesfr

Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	Concentration PM10 en $\mu g/m^3$
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

1. Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 Janvier ?
2. Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble.
3. Calculer la médiane de la série des relevés des concentrations en PM10 à Grenoble. Interprétez ce résultat.

Exercice II :

Pour chacune des questions suivantes, écrire sur la copie (sans justification) le numéro de la question et la lettre de **la seule** bonne réponse.

		Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**
1	$\dfrac{(5^6)^{30} \times 5^{-3}}{5^2}$ *est égale à :*	5^{-542}	5^{31}	5^{175}
2	*Quelle est l'écriture scientifique du nombre suivant :* $32 \times 100^{60} \times 10^{-3}$	$3{,}2 \times 10^{118}$	320×10^{116}	$3{,}2 \times 10^{58}$
3	$(4x-5)^2$ *est égal à :*	$4x^2 - 40x + 25$	$4x^2 - 25$	$16x^2 - 40x + 25$
4	*L'expression* $9x^2 - 81$ *est égale à :*	$(3x+9)(3x-9)$	$(3x-9)^2$	$(9x+9)(9x-9)$
5	*Quelle est l'expression factorisée de l'expression suivante :* $(x-2)(3x-7)-(x-2)^2$	$(x-2)(2x-9)$	$(x-2)(4x-9)$	$(x-2)(2x-5)$
6	*La solution de l'équation* $11x - 1 = x + 19$ *est :*	$x = 2$	$x = -2$	$x = 1{,}8$

<u>Exercice III :</u>

On considère le programme de calcul ci-contre dans lequel $\boldsymbol{x}$, **Etape 1**, **Etape 2** et **Résultat** sont quatre variables.

1.
   a) Julie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifier que ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 20 ».
   b) Que dit le programme si Julie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7 ?

2. Julie fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 8 ». Quel nombre Julie a-t-elle choisi au départ ?

3. Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme, puis réduire cette expression autant que possible.

4. Maxime utilise le programme de calcul ci-dessous :

• Choisir un nombre. • Lui ajouter 2 • Multiplier le résultat par 5

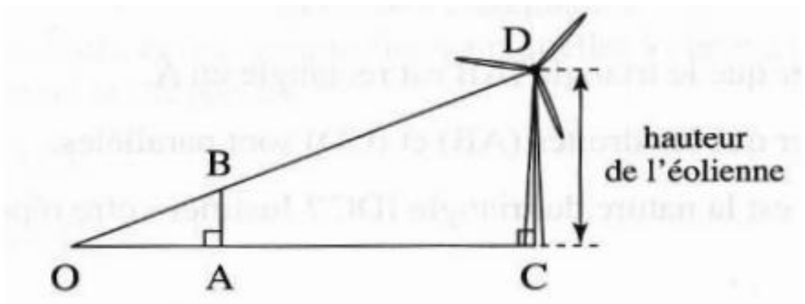
Peut-on choisir un nombre pour lequel le résultat obtenu par Maxime est le même que celui obtenu par Julie ?

Exercice IV :

Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on a les renseignements suivants.

- Les points O, A et C sont alignés.
- Les points O, B et D sont alignés.
- Les angles $\widehat{OAB} et \widehat{ACD}$ sont droits
- $OA = 1,1\ m, AC = 20,9\ m\ et\ AB = 1,5\ m.$

Le schéma n'est pas représenté en vraie grandeur. Le segment [CD] représente la hauteur de l'éolienne.



1. Expliquer pour les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Calculer la hauteur CD de l'éolienne.

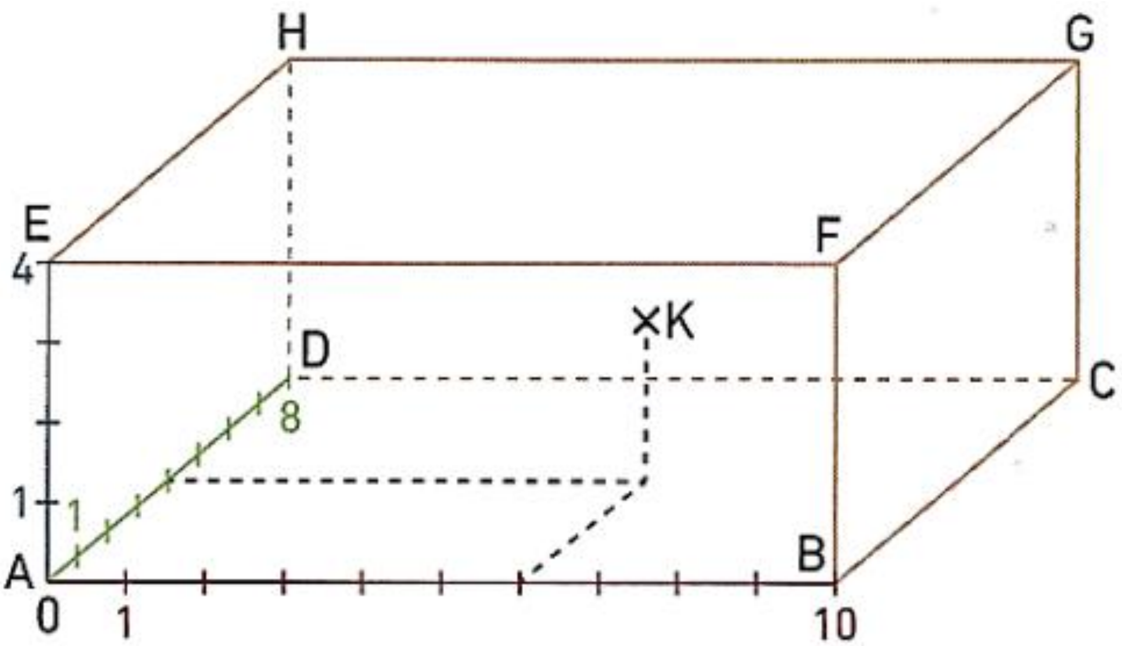
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BOA}$ et donner le résultat au degré près.

Exercice V :

ABCDEFGH est un pavé droit tel que. AB = 10 cm, AD = 8 cm et AE = 4cm

On définit un repère dans ce pavé tel que :

- (AB) soit l'axe des abscisses.
- (AD) l'axe des ordonnées.
- (AE) l'axe des altitudes.



1. Le point K a pour altitude 2. Donner son abscisse et son ordonnée.

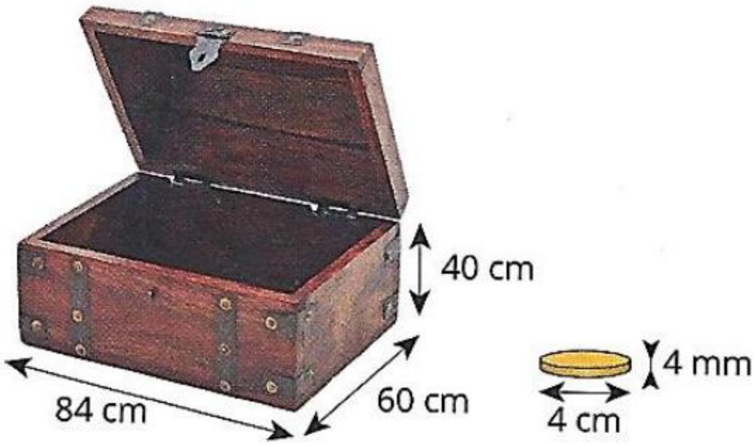
2. Placer le point L(3 ;3 ;4). (On laissera les traits de construction)

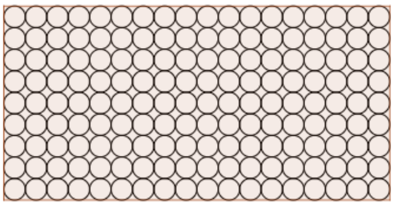
3. Donner les coordonnées des points F, H et du point M milieu de [EH].

Exercice VI :

Louis possède un coffre-fort parallélépipédique dans lequel il range des pièces d'or de forme cylindrique.

Il les place les unes tangentes aux autres de façon à utiliser l'espace maximum.





PARTIE A :

1. En utilisant les informations données ci-contre, démontrer que Louis pourra mettre au maximum dans son coffre 31 500 pièces d'or.
2. Quel sera alors le volume du coffre non occupé par les pièces ? Donner l'arrondi au cm^3.

PARTIE B :

1. Sachant que la masse volumique de l'or est de 21,4g/ cm^3, déterminer la masse d'une pièce d'or. Donner l'arrondi au dixième.
2. Sachant que le cours de l'or indique que 1g équivaut à 36,49 €, déterminer le montant de ce trésor.

Exercice 1 :

1) Moyenne pour Grenoble : $\frac{32 + 39 + ... + 82 + 89}{10} = \frac{634}{10} = 63{,}4\ \mu g < 72{,}5\ \mu g$

   La ville de LYON a la plus forte concentration moyenne en PM10.

2) Etendue = maximum – minimum

   Etendue pour Lyon = 107 – 22 = 85 µg

   Etendue pour Grenoble = 89 – 32 = 57 µg

3) Pour calculer une médiane il faut ordonner la série.

   32 – 39 – 52 – 57 – 60 – 63 – 78 - 82 – 82 – 89

   La série comporte 10 valeurs.

   La médiane est entre les positions $\frac{10}{2} = 5$ et $\frac{10}{2} + 1 = 6$ de la série ordonnée.

   On peut donc prendre la moyenne des valeurs 60 et 63 : $\frac{60 + 63}{2} = 61{,}5$.

   La médiane pour Grenoble est égale à 61,5 µg.

   La moitié des concentrations journalières en PM10 pour la ville de Grenoble est inférieure ou égale à 61,5 µg.

Exercice 2 :

1C – 2A – 3C – 4A – 5C – 6A

Exercice 3 :

1) a) $\frac{6\times5 + 10}{2} = \frac{30 + 10}{2} = \frac{40}{2} = 20$

   Julie obtient bien 20.

   b) $\frac{6\times7 + 10}{2} = \frac{42 + 10}{2} = \frac{52}{2} = 26$

   En choisissant 7 comme nombre de départ le programme dit "J'obtiens finalement 26".

2) $8\times2 - 10 = 16 - 10 = 6$

   $6/6 = 1$

   Julie a choisi comme nombre de départ 1.

   Vérification : $\frac{6\times1 + 10}{2} = \frac{16}{2} = 8$

3) L'expression réduite obtenue à la fin du programme est :

$$\frac{6\times x + 10}{2} = \frac{2\times(3x + 5)}{2} = 3x + 5$$

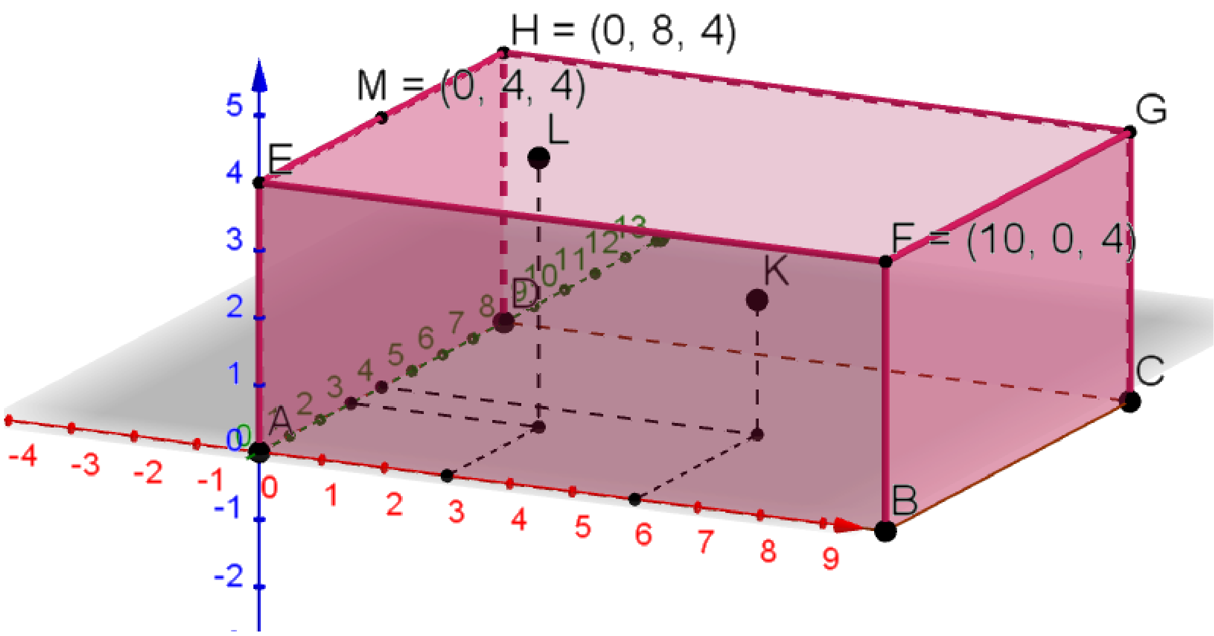
4) Soit x le nombre cherché.
x est solution de l'équation $3x + 5 = (x + 2)\times 5$
Soit $3x + 5 = 5x + 10$
Soit $3x + 5 - 5x - 5 = 5x + 10 - 5x - 5$
Soit $-2x = 5$
Soit $\frac{-2x}{-2} = \frac{5}{-2}$
Soit : $x = -\frac{5}{2} = -2{,}5$
Pour que les résultats obtenus par Maxime et Julie soient les mêmes, il faut choisir $-\frac{5}{2}$ comme nombre de départ

Exercice 4 :

1) Les droites (AB) et (CD) étant perpendiculaires à la droite (OC) sont parallèles.
2) Les droites (AB) et (CD) étant parallèles et $O \in (AC)$ et $O \in (BD)$, on peut donc appliquer le théorème de Thalès :
$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$$
$OC = OA + AC = 1{,}1 + 20{,}9 = 22$ m
Soit : $\frac{1{,}1}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{1{,}5}{CD}$
$OC = OA + AC = 1{,}1 + 20{,}9 = 22$ m
D'où : $\frac{1{,}1}{22} = \frac{1{,}5}{CD}$
D'où $CD = \frac{22\times 1{,}5}{1{,}1} = 20\times 1{,}5 = 30$ m.
La hauteur de l'éolienne est de 30 m.
3) Dans le triangle OAB rectangle en A, on a :
$\tan \widehat{AOB} = \frac{AB}{OA}$
Soit : $\tan \widehat{AOB} = \frac{1{,}5}{1{,}1}$
A l'aide de la calculatrice (touches Seconde tan), on obtient $\widehat{AOB} \approx 54°$

Exercice 5 :

1) K(6;4;2)
   L'abscisse de K est 6 et son ordonnée est 4.
2) 3)



F(10,0,4)   H(0,8,4)   M(0,4,4)

Exercice 6 :

Partie A

1) Comme les pièces sont tangentes, alors on peut placer :
   - Sur la longueur : $\frac{84}{4}$ = 21 pièces;
   - Sur la largeur : $\frac{60}{4}$ = 15 pièces;
   - Sur la profondeur : $\frac{40}{0,4}$ = 100 pièces (4 mm = 0,4 cm)

Louis pourra donc mettre au maximum dans son coffre :

$21 \times 15 \times 100$ = 31 500 pièces.

2) Le volume d'une pièce est $V_{1\text{ pièce}} = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 2^2 \times 0{,}4 = 1{,}6 \times \pi$ cm^3 $\approx$ 5,02 cm^3

Le volume des 31 500 pièces sera donc de

$V_{31500\text{ pièces}} = 1{,}6 \times 31500 \times \pi = 50\,400 \times \pi \approx 158\,336$ cm^3.

Le volume du coffre est $V_{coffre} = 84 \times 60 \times 40 = 201\,600$ cm^3.

Le volume du coffre non occupé par les pièces est de :

201 600 – 158 336 = 43 264 cm^3

Partie B

1) $\rho = \dfrac{m}{V}$

Donc $m = \rho \times V = 21{,}4 \times 1{,}6 \times \pi = 34{,}24 \times \pi \approx 108$ g

La masse d'une pièce d'or est d'environ 108 g.

2) Le montant du trésor est de : $36{,}49 \times 108 \times 31\,500 = 124\,138\,980$ €