



Un lob réussi

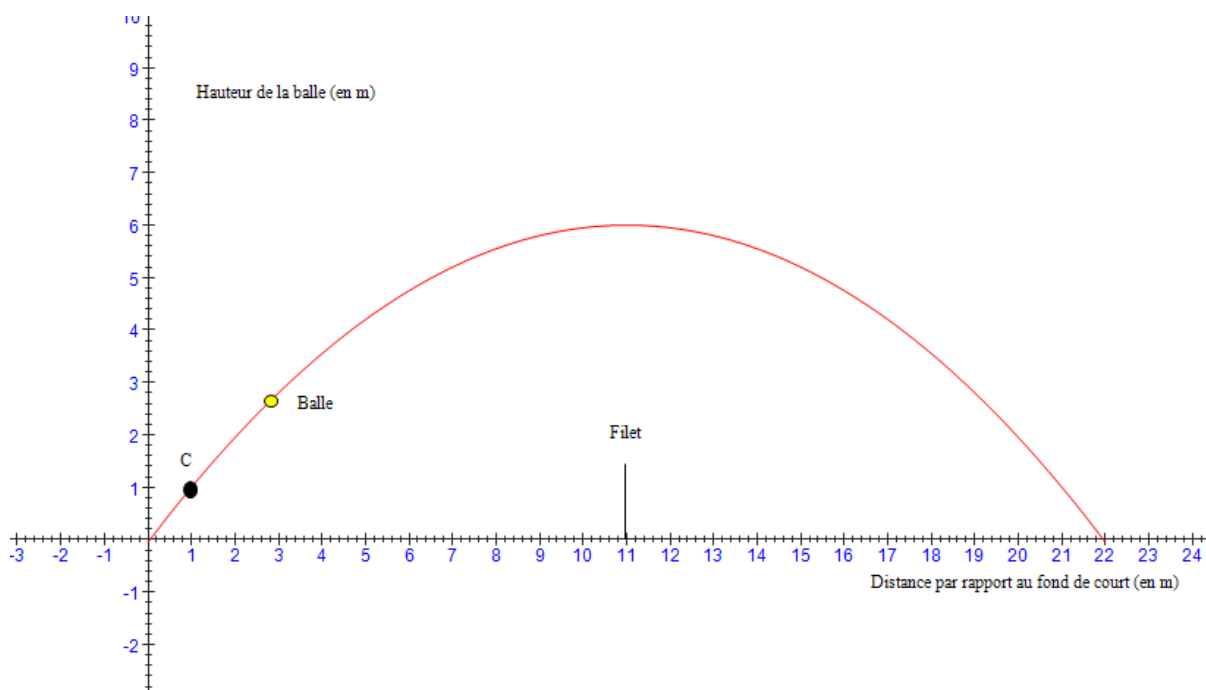
Chris et Martina jouent au tennis. Martina est montée à la volée et Chris décide de réaliser un lob.

On repère « latéralement » les joueuses : Chris frappe la balle au point $C(1 ; 1)$. Elle se trouve alors à 1 mètre de la ligne de fond de court.

Le court mesure 23,77 mètres.

La trajectoire de la balle est parabolique et, si x est l'abscisse de la balle, son ordonnée est égale à :

$$h(x) = -0,05x^2 + 1,1x - 0,05$$



- 1) Vérifier que $h(x) = -0,05(x - 11)^2 + 6$
- 2) Vérifier que, si Martina ne touche pas la balle, celle-ci rebondira à l'intérieur du court (le lob sera alors réussi).
- 3) Martina, avec sa raquette levée, peut réaliser un smash si la hauteur de la balle ne dépasse pas 2,80 m. Déterminer toutes les positions où Martina pourra frapper la balle.

CORRECTION

- 1) $-0,05(x - 11)^2 + 6 = -0,05(x^2 - 22x + 121) + 6 = -0,05x^2 + 1,1x - 0,05 = h(x)$
2) Soit D le deuxième point d'intersection avec l'axe des abscisses (endroit où le lob retombe) et d son abscisse.

1^{ère} méthode :

On a $h(b) = 0$

$$h(23,77) = -0,05 \times 13,77^2 + 6 = -3,480645 < 0$$

Donc $h(23,77) < h(b)$

Donc $b < 23,77$ (car la fonction h est décroissante pour $x > 11$).

Donc la balle retombe bien dans le court.

Deuxième méthode : calculons b.

B est solution de l'équation $h(x) = 0$

$$\begin{aligned} -0,05(x - 11)^2 + 6 = 0 &\Leftrightarrow (x - 11)^2 = \frac{6}{0,05} \\ &\Leftrightarrow (x - 11)^2 = 120 \\ &\Leftrightarrow x - 11 = \sqrt{120} \text{ ou } x - 11 = -\sqrt{120} \\ &\Leftrightarrow x = 11 + \sqrt{120} \text{ ou } x = 11 - \sqrt{120} \end{aligned}$$

On a donc $a = 11 + \sqrt{120} \approx 21,95 < 23,77$

Donc le lob retombe bien dans le court.

- 3) On doit résoudre l'inéquation $h(x) \leq 2,8$

$$\begin{aligned} -0,05(x - 11)^2 + 6 \leq 2,8 &\Leftrightarrow -0,05(x - 11)^2 \leq -3,2 \\ &\Leftrightarrow (x - 11)^2 \geq 64 \\ &\Leftrightarrow (x - 11)^2 - 8^2 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 11 - 8)(x - 11 + 8) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 19)(x - 3) \geq 0 \end{aligned}$$

Tableau de signes

x	0	3		19	22	
x - 3		-	0	+	+	
x - 19		-		-	0	+
(x - 3)(x - 19)		+	0	-	0	+

CORRECTION

Donc $S = [0 ; 3] \cup [19 ; 22]$.

Donc Martina doit se tenir entre 19 mètres et 22 mètres à partir de la ligne de fond de Chris (ou entre 1,77 m et 4,77 de sa ligne de fond).