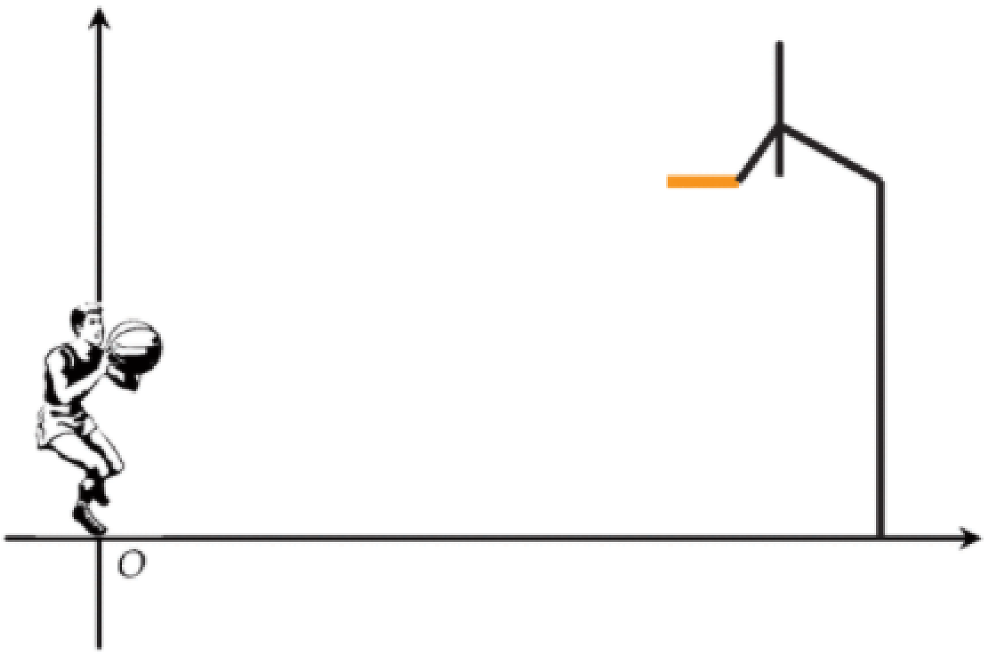
Exercice 1 : (7 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$.

1) Vérifier que la forme canonique de f est $-2(x + 1)^2 + 8$.
2) En déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
3) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
4) En déduire la forme factorisée de f.
5) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) < 0$.

Exercice 2 : le lancer franc (3 points)



Lors d'un lancer franc au basket, le joueur se situe à environ 4,60 m du centre du panier, lui-même fixé à 3,05 m du sol.
Le joueur lance le ballon au niveau des épaules à 1,65 m du sol.
On admet, que dans le repère choisi, la courbe décrite dans l'espace par le ballon est la parabole d'équation $y = -0{,}5x^2 + 2{,}6x + 1{,}65$, où x est la distance horizontale, en m, du ballon au joueur et y la hauteur, en m, du ballon au sol. On donnera les valeurs demandées arrondies au cm près.

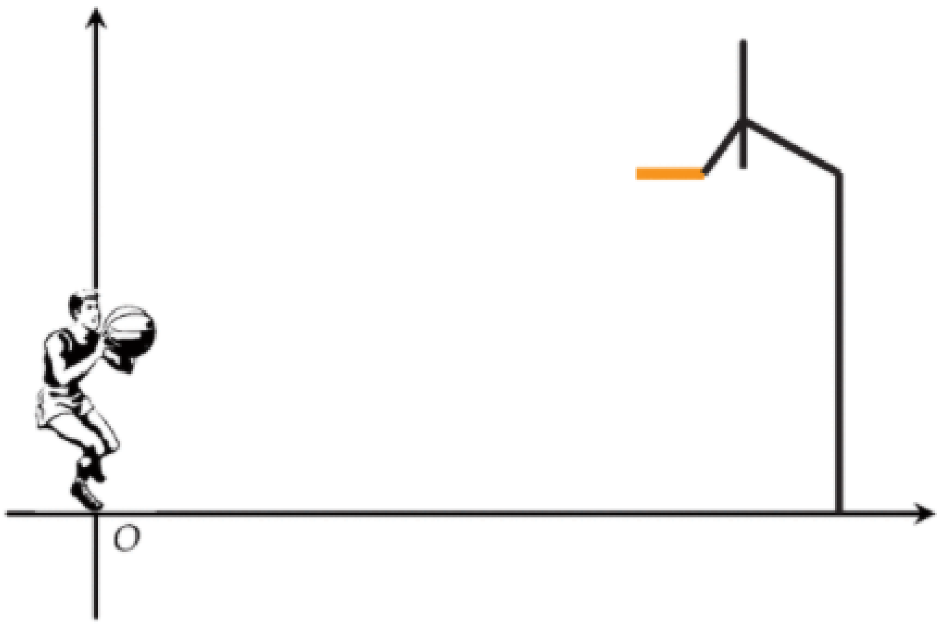
1) Peut-on affirmer que le joueur a réussi son panier ?
   Justifier la réponse.
2) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon ?
   Justifier la réponse par un calcul.

Exercice 1 : (7 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$.

1) Vérifier que la forme canonique de f est $3(x - 2)^2 - 27$.
2) En déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
3) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
4) En déduire la forme factorisée de f.
5) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 2 : le lancer franc (3 points)



Lors d'un lancer franc au basket, le joueur se situe à environ 6,75 m du centre du panier, lui-même fixé à 3,05 m du sol.
Le joueur lance le ballon au niveau des épaules à 1,75 m du sol.
On admet, que dans le repère choisi, la courbe décrite dans l'espace par le ballon est la parabole d'équation $y = -0{,}3x^2 + 2{,}2x + 1{,}75$, où x est la distance horizontale, en m, du ballon au joueur et y la hauteur, en m, du ballon au sol.
On donnera les valeurs demandées arrondies au cm près.

1) Peut-on affirmer que le joueur a réussi son panier ?
   Justifier la réponse.
2) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon ?
   Justifier la réponse par un calcul.

Exercice 1 : (7 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$.

1) Vérifier que la forme canonique de f est $-2(x + 1)^2 + 8$.
2) En déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
3) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
4) En déduire la forme factorisée de f.
5) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) < 0$.

1) $-2(x + 1)^2 + 8 = -2(x^2 + 2x + 1) + 8 = -2x^2 - 4x - 2 + 8 = -2x^2 - 4x + 6 = f(x)$
2) Comme $a = -2$, alors f est croissante sur $]-\infty\,;-1]$ et décroissante sur $[-1\,;+\infty[$.
   f admet un maximum en $x = -1$ et ce maximum est 8.
   __Tableau de variations de f__ :

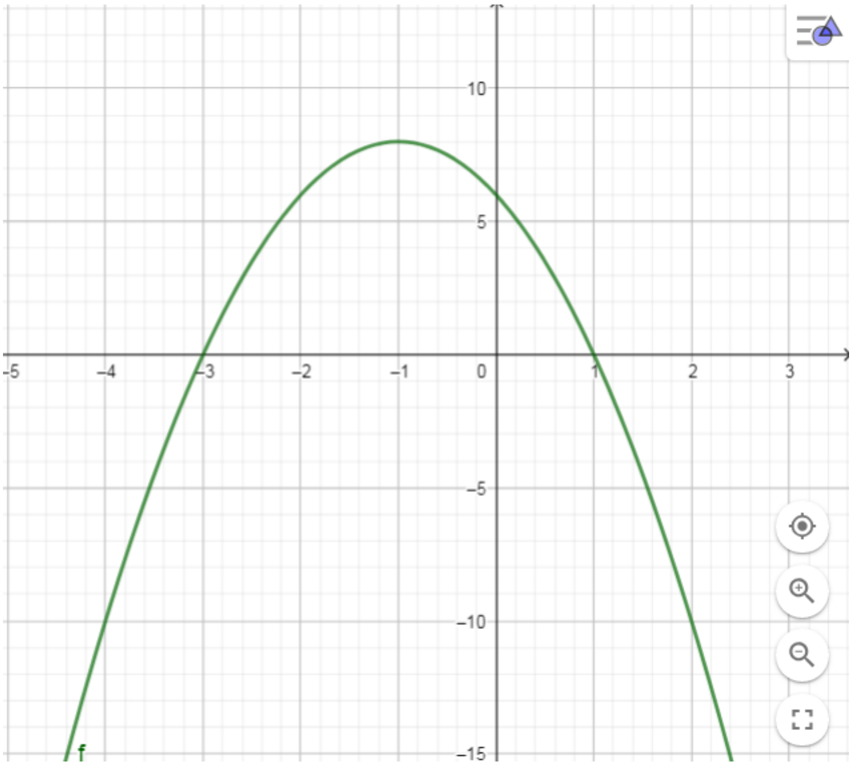
x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f(x)		↗	8	↘	

3) $f(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x + 1)^2 + 8 = 0$
   $\Leftrightarrow -2(x + 1)^2 = -8$
   $\Leftrightarrow (x + 1)^2 = \dfrac{-8}{-2} = 4$
   $\Leftrightarrow x + 1 = -2$ ou $x + 1 = 2$
   $\Leftrightarrow x = -2 - 1$ ou $x = 2 - 1$
   $\Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 1$
   L'équation $f(x) = 0$ admet comme ensemble de solutions $S = \{-3\,;1\}$.
4) La forme factorisée de f est donc $f(x) = -2(x + 3)(x - 1)$
5) $f(x) < 0 \Leftrightarrow -2(x + 3)(x - 1) < 0$
   $\Leftrightarrow (x + 3)(x - 1) > 0$

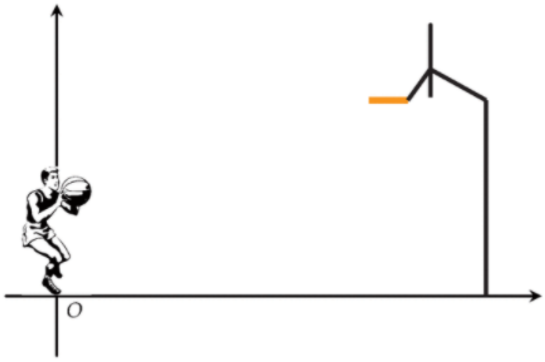
x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+3)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ est $S =]-\infty\,;-3[\cup]1\,;+\infty[$.

Vérification graphique :



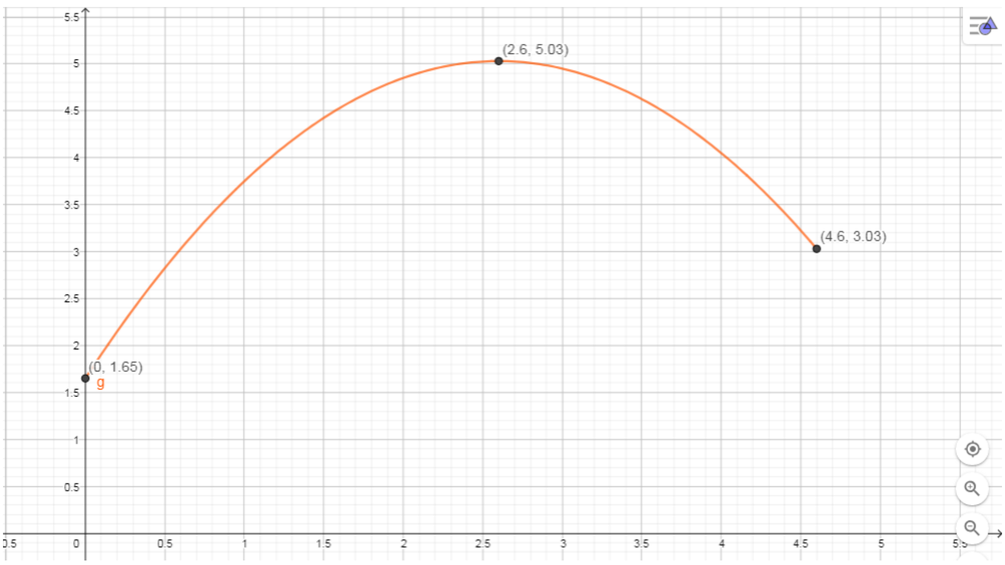
<u>Exercice 2</u> : le lancer franc (3 points)



Lors d'un lancer franc au basket, le joueur se situe à environ 4,60 m du centre du panier, lui-même fixé à 3,05 m du sol.
Le joueur lance le ballon au niveau des épaules à 1,65 m du sol.
On admet, que dans le repère choisi, la courbe décrite dans l'espace par le ballon est la parabole d'équation $y = -0{,}5x^2 + 2{,}6x + 1{,}65$, où x est la distance horizontale, en m, du ballon au joueur et y la hauteur, en m, du ballon au sol. On donnera les valeurs demandées arrondies au cm près.

1) Peut-on affirmer que le joueur a réussi son panier ?
   Justifier la réponse.
2) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon ?
   Justifier la réponse par un calcul.

   1) Pour $x = 4{,}6$, $y = -0{,}5\times4{,}6^2 + 2{,}6\times4{,}6 + 1{,}65 = 3{,}03 \approx 3{,}05$ m
      Donc le panier est réussi.
   2) On calcule l'ordonnée du sommet de la parabole d'équation $y = -0{,}5x^2 + 2{,}6x + 1{,}65$.
      Le sommet de cette parabole a pour coordonnées $S(\alpha\ ;\ \beta)$
      avec $y = -0{,}5(x - \alpha)^2 + \beta$
      avec $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-2{,}2}{2\times(-0{,}5)} = 2{,}6$ et $\beta = f(\alpha) = 5{,}03$
      La hauteur maximale atteinte par le ballon est de 5,03 m.
      <u>Vérification avec GeoGebra</u> :



<u>Exercice 1</u> : (7 points)

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$.

1) Vérifier que la forme canonique de f est $3(x - 2)^2 - 27$.
2) En déduire le tableau de variation de f sur IR.
3) Résoudre sur IR l'équation $f(x) = 0$.
4) En déduire la forme factorisée de f.
5) Résoudre sur IR l'inéquation $f(x) \geq 0$.

1) $3(x - 2)^2 - 27 = 3(x^2 - 4x + 4) - 27 = 3x^2 - 12x + 12 - 27 = 3x^2 - 12x - 15$
2) Comme $a = 3 > 0$, alors f est décroissante sur $]-\infty ; 2]$ et croissante sur $[2 ; +\infty[$.

   <u>Tableau de variations de f</u> :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f(x)		↘	-27	↗	

3) $f(x) = 0$ ⇔ $3(x - 2)^2 - 27 = 0$
   ⇔ $3(x - 2)^2 = 27$
   ⇔ $(x - 2)^2 = \frac{27}{3}$
   ⇔ $x - 2 = -3$ ou $x - 2 = 3$
   ⇔ $x = -3 + 2$ ou $x = 3 + 2$
   ⇔ $x = -1$ ou $x = 5$

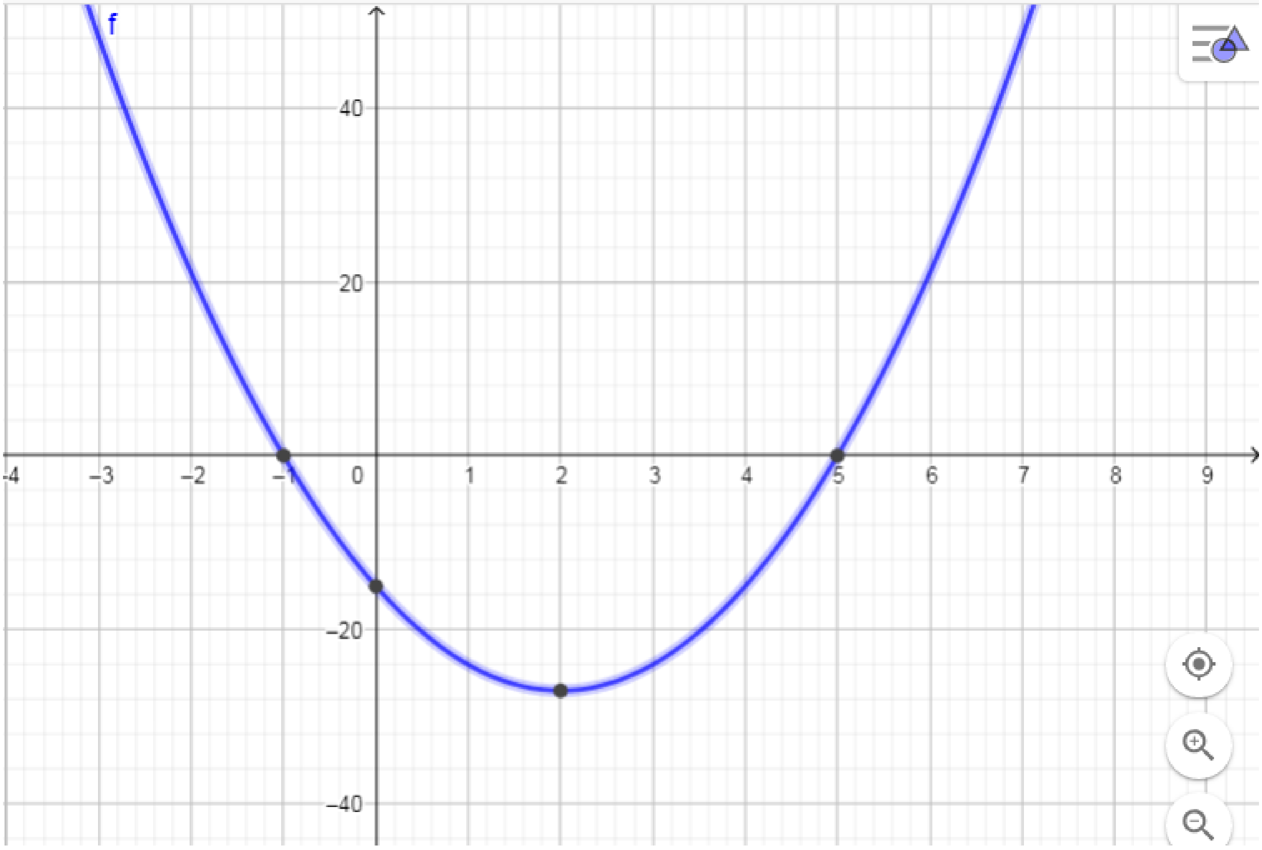
L'équation $f(x) = 0$ admet pour ensemble des solutions $S = \{-1 ;5\}$.

4) La forme factorisée de f est donc $f(x) = 3(x + 1)(x - 5)$
5) $f(x) \geq 0$ ⇔ $3(x + 1)(x - 5) \geq 0$ ⇔ $(x + 1)(x - 5) \geq 0$

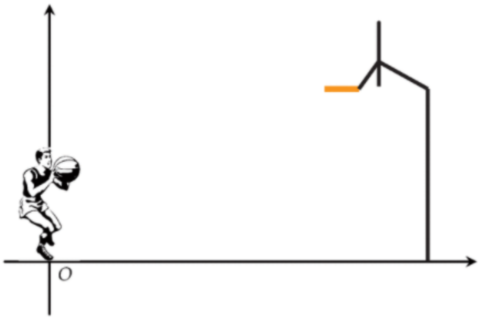
x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$x + 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 5$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x + 1)(x - 5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $f(x) \geq 0$ ⇔ $x \in \,]-\infty ; -1] \cup [5 ; +\infty[$.

Vérification graphique :



Exercice 2 : le lancer franc(3 points)



Lors d'un lancer franc au basket, le joueur se situe à environ 6,75 m du centre du panier, lui-même fixé à 3,05 m du sol.
Le joueur lance le ballon au niveau des épaules à 1,75 m du sol.
On admet, que dans le repère choisi, la courbe décrite dans l'espace par le ballon est la parabole d'équation $y = -0{,}3x^2 + 2{,}2x + 1{,}75$, où x est la distance horizontale, en m, du ballon au joueur et y la hauteur, en m, du ballon au sol.
On donnera les valeurs demandées arrondies au cm près.

1) Peut-on affirmer que le joueur a réussi son panier ?
   Justifier la réponse.
2) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon ?
   Justifier la réponse par un calcul.

1) Pour $x = 6{,}75$, $y = -0{,}3\times6{,}75^2 + 2{,}2\times6{,}75 + 1{,}75 = 2{,}93 \approx 3{,}05$ m
   Donc le panier est réussi.
2) On calcule l'ordonnée du sommet de la parabole d'équation $y = -0{,}3x^2 + 2{,}2x + 1{,}75$.
   Le sommet de cette parabole a pour coordonnées $S(\alpha\,;\beta)$
   avec $y = -0{,}3(x-\alpha)^2 + \beta$
   avec $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-2{,}2}{2\times(-0{,}3)} = \frac{11}{3}$ et $\beta = f(\alpha) = -0{,}3\times\left(\frac{11}{3}\right)^2 + 2{,}2\times\frac{11}{3} + 1{,}75 = \frac{347}{60} \approx 5{,}78$
   La hauteur maximale atteinte par le ballon est de 5,78 m.

Vérification avec GeoGebra :