

Exercice 1 : Espérance de vie (8 points)

Le tableau ci-dessous donne l'espérance de vie, à la naissance, des hommes (H) et des femmes (F) en France.

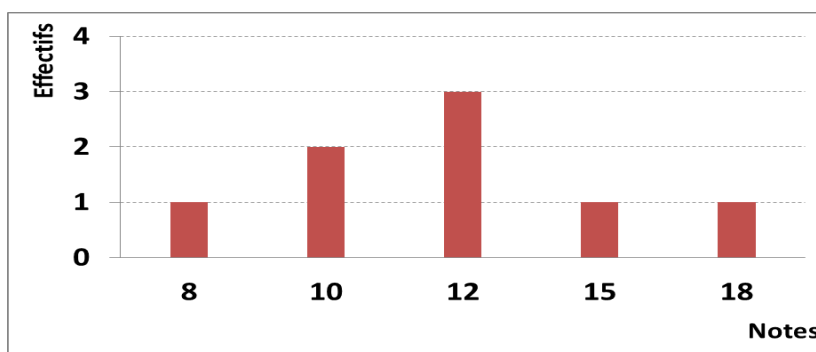
Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
F	82,9	82,8	82,9	83	82,9	83,9
H	75	75,3	76	75,8	76	76,7

Année	2005	2006	2007	2008	2009
F	83,9	84,2	84,4	84,4	84,5
H	76,8	77,2	77,4	77,6	77,8

- 1) Calculer, pour chacune des séries :
 - a) l'étendue, la médiane et l'écart interquartile ;
 - b) la moyenne
- 2) Quels commentaires peut-on faire ?

Exercice 2 : Moyenne ou médiane ? (6 points)

Voici le diagramme en bâtons donnant les notes de mathématiques obtenues par un élève au cours d'une année scolaire.



- a) Combien de notes a cet élève ?
- b) Calculer sa moyenne sur l'année.
- c) Quelle est la médiane de cette série ?
- d) Quel résultat préférera-t-il annoncer à ses parents : la moyenne ou la médiane ?

Exercice 3 : (3 points)

On donne la série statistique suivante :

Valeurs	1	a	5	2a	9
Effectifs	28	22	14	20	16

- a) Déterminer a sachant que la moyenne est égale à 4,59.
- b) Calculer la médiane de cette série.

Exercice 4 : (3 points)

- 1) Déterminer la fonction affine f définie par $f(-4) = 6$ et $f(4) = 2$.
- 2) Donner en justifiant le sens de variation de la fonction f.
- 3) Donner le signe de f sur \mathbb{R} .

Exercice 1 : Espérance de vie (8 points)

Le tableau ci-dessous donne l'espérance de vie, à la naissance, des hommes (H) et des femmes (F) en Belgique.

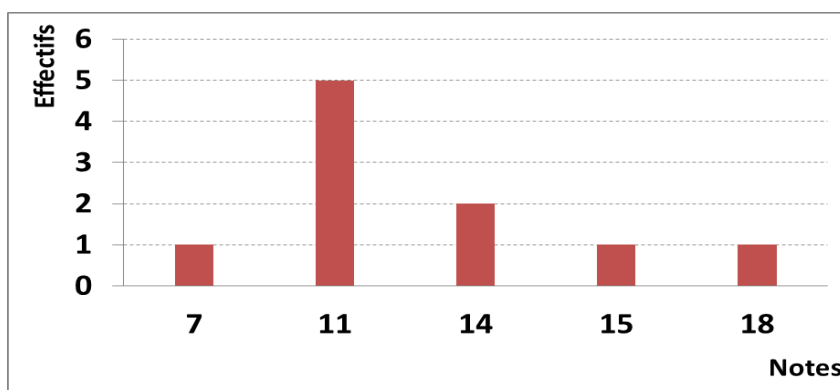
Année	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
H	74,2	74,3	74,4	74,6	74,9	75,1	75,4
F	80,6	80,6	80,9	80,9	81,2	81,2	81,2

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009
H	76,0	76,1	76,5	76,7	76,8	77,2
F	81,9	81,9	82,2	82,2	82,3	82,4

- 1) Calculer, pour chacune des séries :
 - a) l'étendue, la médiane et l'écart interquartile ;
 - b) la moyenne
- 2) Quels commentaires peut-on faire ?

Exercice 2 : Moyenne ou médiane ? (6 points)

Voici le diagramme en bâtons donnant les notes de mathématiques obtenues par un élève au cours d'une année scolaire.



- a) Combien de notes a cet élève ?
- b) Calculer sa moyenne sur l'année.
- c) Quelle est la médiane de cette série ?
- d) Quel résultat préférera-t-il annoncer à ses parents : la moyenne ou la médiane ?

Exercice 3 : (3 points)

On donne la série statistique suivante :

Valeurs	1	3	6	7	10
Effectifs	7	2a	5	a	1

- a) Déterminer a sachant que la moyenne est égale à 3,96.
- b) Calculer la médiane de cette série.

Exercice 4 : (3 points)

- 1) Déterminer la fonction affine f définie par $f(-2) = -2$ et $f(6) = 2$.
- 2) Donner en justifiant le sens de variation de la fonction f.
- 3) Donner le signe de f sur \mathbb{R} .

CORRECTION

Exercice 1 : Espérance de vie (8 points)

Le tableau ci-dessous donne l'espérance de vie, à la naissance, des hommes (H) et des femmes (F) en France.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
F	82,9	82,8	82,9	83	82,9	83,9
H	75	75,3	76	75,8	76	76,7

Année	2005	2006	2007	2008	2009
F	83,9	84,2	84,4	84,4	84,5
H	76,8	77,2	77,4	77,6	77,8

- 1) Calculer, pour chacune des séries :
 - a) l'étendue, la médiane et l'écart interquartile ;
 - b) la moyenne
- 2) Quels commentaires peut-on faire ?

1) a) Pour la série des femmes :

minimum = 82,8 et maximum = 84,5

Donc étendue = max - min = 84,5 - 82,8 = 1,7

La série des femmes ordonnée par ordre croissant est :

82,8	82,9	82,9	82,9	83	83,9	83,9	84,2	84,4	84,4	84,5
------	------	------	------	----	------	------	------	------	------	------

La série comporte 11 valeurs.

$$\frac{11}{2} = 5,5$$

La médiane est alors la 6ème valeur : 83,9

$$\frac{11}{4} = 2,75$$

Le premier quartile est alors la troisième valeur : $Q_1 = 82,9$.

$$\frac{11 \times 3}{4} = 8,25$$

Le troisième quartile est alors la neuvième valeur : $Q_3 = 84,4$

L'écart interquartile est : $Q_3 - Q_1 = 84,4 - 82,9 = 1,5$

Pour la série des hommes :

minimum = 75 et maximum = 77,8

Donc étendue = max - min = 77,8 - 75 = 2,8

La série des hommes ordonnée par ordre croissant est :

75	75,3	75,8	76	76	76,7	76,8	77,2	77,4	77,6	77,8
----	------	------	----	----	------	------	------	------	------	------

La série comporte 11 valeurs.

La médiane est alors la 6ème valeur : 76,7

Le premier quartile est alors la troisième valeur : $Q_1 = 75,8$.

Le troisième quartile est alors la neuvième valeur : $Q_3 = 77,4$.

L'écart interquartile est : $Q_3 - Q_1 = 77,4 - 75,8 = 1,6$

b) Pour la série des femmes :

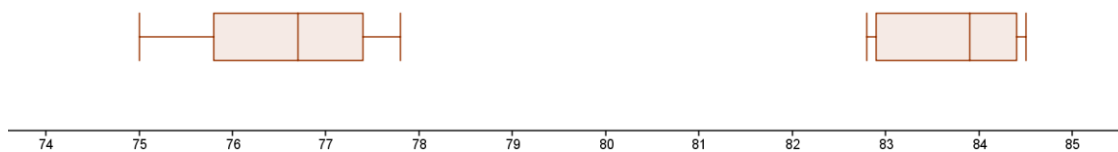
$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{11} = \frac{919,8}{11} \approx 83,62$$

Pour la série des hommes :

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{11} = \frac{841,6}{11} \approx 76,51$$

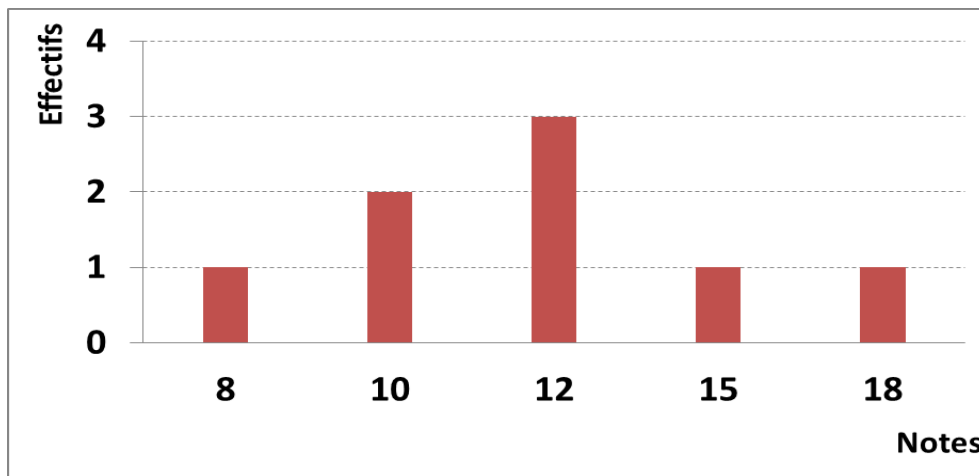
2) Commentaires :

- les femmes ont une espérance de vie supérieure à celle des hommes. (moyenne et médiane supérieures)
- Avec l'indicateur étendue, la série des hommes est plus dispersée que celle des femmes.
- Avec l'indicateur écart interquartile, les deux séries sont similaires.



Exercice 2 : Moyenne ou médiane ? (6 points)

Voici le diagramme en bâtons donnant les notes de mathématiques obtenues par un élève au cours d'une année scolaire.



- a) Combien de notes a cet élève ?
- b) Calculer sa moyenne sur l'année.
- c) Quelle est la médiane de cette série ?
- d) Quel résultat préférera-t-il annoncer à ses parents : la moyenne ou la médiane ?

a) Nombre de notes de l'élève : $1 + 2 + 3 + 1 + 1 = 8$

b) $\bar{x} = \frac{8 \times 1 + 10 \times 2 + 12 \times 3 + 15 \times 1 + 18 \times 1}{8} = \frac{97}{8} = 12,125$

La moyenne de l'élève sur l'année est de 12,125.

c) La médiane correspond à la moyenne entre la 4^{ème} et la 5^{ème} note de la série ordonnée : soit 12.

La médiane est donc 12.

d) Il vaut mieux annoncer la moyenne.

Exercice 3 : (3 points)

On donne la série statistique suivante :

Valeurs	1	a	5	2a	9
Effectifs	28	22	14	20	16

- a) Déterminer a sachant que la moyenne est égale à 4,59.
- b) Calculer la médiane de cette série

a) $\bar{x} = 4,49 \Leftrightarrow \frac{1 \times 28 + a \times 22 + 5 \times 14 + 2a \times 20 + 9 \times 16}{28 + 22 + 14 + 20 + 16} = 4,59$

$\Leftrightarrow \frac{242 + 62a}{100} = 4,59$

$\Leftrightarrow 242 + 62a = 459$

$$\Leftrightarrow a = \frac{459 - 242}{62}$$

$$\Leftrightarrow a = 3,5$$

b) On construit le tableau des effectifs cumulés croissants :

Valeurs	1	3,5	5	7	9
Effectifs	28	22	14	20	16
Effectifs cumulés croissants	28	50	64	84	100

L'effectif total 100 étant un nombre pair, la médiane correspond à la moyenne entre la 50^{ème} et la 51^{ème} valeur de la série ordonnée :

$$\text{Soit : } \frac{3,5 + 5}{2} = 4,25.$$

La médiane est donc de 4,25.

Exercice 4 : (3 points)

- Déterminer la fonction affine f définie par f(-4) = 6 et f(4) = 2.
- Donner en justifiant le sens de variation de la fonction f.
- Donner le signe de f sur IR.

$$1) \text{ Pour tout } x \text{ réel : } f(x) = \frac{f(4) - f(-4)}{4 - (-4)}(x - 4) + f(4) = \frac{2 - 6}{8}(x - 4) + 2 = -\frac{1}{2}(x - 4) + 2$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + 2 = -\frac{1}{2}x + 4$$

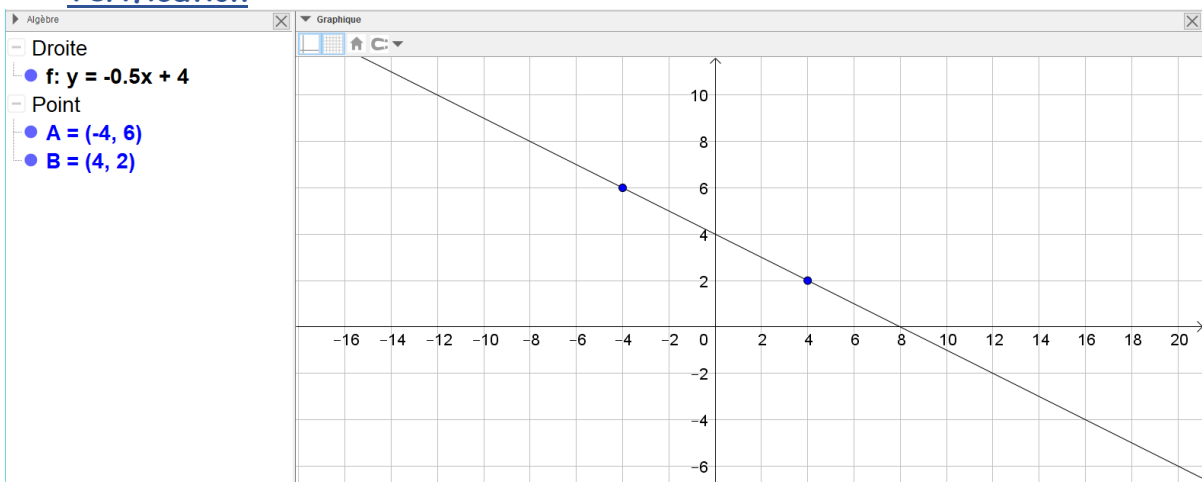
Vérification : $f(-4) = \frac{4}{2} + 4 = 2 + 4 = 6$ et $f(4) = \frac{-4}{2} + 4 = -2 + 4 = 2$

2) Comme le coefficient $a = -\frac{1}{2}$ est négatif alors la fonction f est décroissante sur IR.

$$(x) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}x + 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}x > -4 \quad \Leftrightarrow \quad x < (-4) \times (-2) \quad \Leftrightarrow \quad x < 8$$

Donc f(x) est positive sur $]-\infty; 8]$ et négative sur $[8; +\infty[$.

Vérification :



CORRECTION

Exercice 1 : Espérance de vie (8 points)

Le tableau ci-dessous donne l'espérance de vie, à la naissance, des hommes (H) et des femmes (F) en Belgique.

Année	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
H	74,2	74,3	74,4	74,6	74,9	75,1	75,4
F	80,6	80,6	80,9	80,9	81,2	81,2	81,2

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009
H	76,0	76,1	76,5	76,7	76,8	77,2
F	81,9	81,9	82,2	82,2	82,3	82,4

- 1) Calculer, pour chacune des séries :
 - a) l'étendue, la médiane et l'écart interquartile ;
 - b) la moyenne
- 2) Quels commentaires peut-on faire ?

1) a) Pour la série des femmes :

minimum = 80,6 et maximum = 82,4

Donc étendue = max - min = 82,4 - 80,6 = 1,8

La série des femmes ordonnée par ordre croissant est :

80,6	80,6	80,9	80,9	81,2	81,2	81,2	81,9	81,9	82,2	82,2	82,3	82,4
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

La série comporte 13 valeurs.

$$\frac{13}{2} = 6,5$$

La médiane est alors la 7ème valeur : 81,2.

$$\frac{13}{4} = 3,25.$$

Le premier quartile est alors la quatrième valeur : $Q_1 = 80,9$.

$$13 \times \frac{3}{4} = 9,75$$

Le troisième quartile est alors la dixième valeur : $Q_3 = 82,2$.

L'écart interquartile est : $Q_3 - Q_1 = 82,2 - 80,9 = 1,3$

Pour la série des hommes :

minimum = 74,2 et maximum = 77,2

Donc étendue = max - min = 77,2 - 74,2 = 3

La série des hommes ordonnée par ordre croissant est :

74,2	74,3	74,4	74,6	74,9	75,1	75,4	76	76,1	76,5	76,7	76,8	77,2
------	------	------	------	------	------	------	----	------	------	------	------	------

CORRECTION

La série comporte 13 valeurs.

La médiane est alors la 7ème valeur : 75,4

Le premier quartile est alors la quatrième valeur : $Q_1 = 74,6$

Le troisième quartile est alors la dixième valeur : $Q_3 = 76,5$

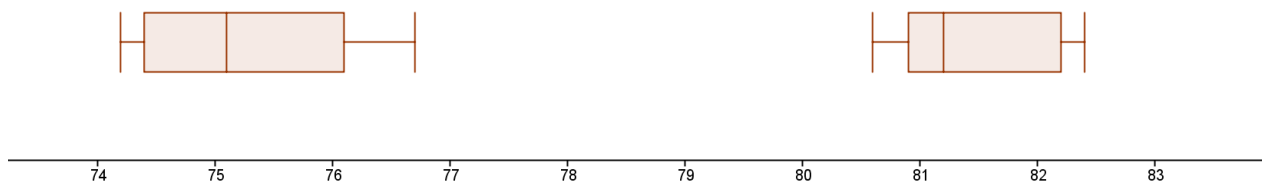
L'écart interquartile est : $Q_3 - Q_1 = 76,5 - 74,6 = 1,9$

b) Pour la série des femmes :

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{11} = \frac{1059,5}{13} \approx 81,50$$

Pour la série des hommes :

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{11} = \frac{982,2}{13} \approx 75,55$$



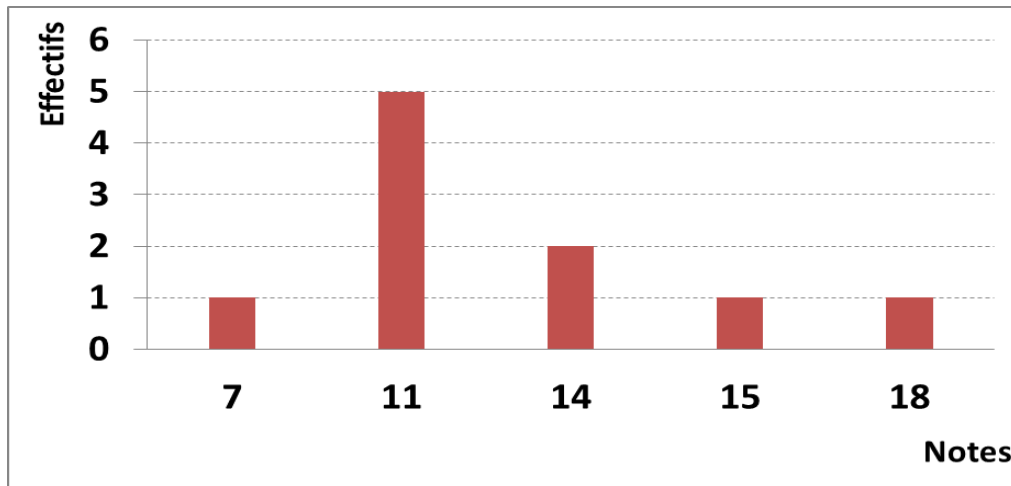
2) Commentaires :

- les femmes ont une espérance de vie supérieure à celle des hommes. (moyenne et médiane supérieures)
- Les indicateurs étendue et écart interquartiles montrent que la série des hommes est plus dispersée que celle des femmes.

CORRECTION

Exercice 2 : Moyenne ou médiane ? (6 points)

Voici le diagramme en bâtons donnant les notes de mathématiques obtenues par un élève au cours d'une année scolaire.



- a) Combien de notes a cet élève ?
- b) Calculer sa moyenne sur l'année.
- c) Quelle est la médiane de cette série ?
- d) Quel résultat préférera-t-il annoncer à ses parents : la moyenne ou la médiane ?

a) Nombre de notes de l'élève : $1 + 5 + 2 + 1 + 1 = 10$

b)
$$\bar{x} = \frac{7 \times 1 + 11 \times 5 + 14 \times 2 + 15 \times 1 + 18 \times 1}{10} = \frac{123}{10} = 12,3$$

La moyenne de l'élève sur l'année est de 12,3.

c) La médiane correspond à la moyenne entre la 5^{ème} et la 6^{ème} note de la série ordonnée : soit 11.

La médiane est donc 11.

d) Il vaut mieux annoncer la moyenne.

Exercice 3 : (3 points)

On donne la série statistique suivante :

Valeurs	1	3	6	7	10
Effectifs	7	2a	5	a	1

- a) Déterminer a sachant que la moyenne est égale à 3,96.
- b) Calculer la médiane de cette série.

a)
$$\bar{x} = 3,96 \Leftrightarrow \frac{1 \times 7 + 3 \times 2a + 6 \times 5 + 7 \times a + 10 \times 1}{7 + 2a + 5 + a + 1} = 3,96$$

$$\Leftrightarrow \frac{47 + 13a}{13 + 3a} = 3,96$$

$$\Leftrightarrow 47 + 13a = 3,96 \times (13 + 3a)$$

CORRECTION

$$\Leftrightarrow 47 + 13a = 51,48 + 11,88a$$

$$\Leftrightarrow 13a - 11,88a = 51,48 - 47$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{4,48}{1,12} = 4$$

b) On construit le tableau des effectifs cumulés croissants :

Valeurs	1	3	6	7	10
Effectifs	7	8	5	4	1
Effectifs cumulés croissants	7	15	20	24	25

La médiane correspond à la première valeur qui dépasse 12,5 (la moitié de l'effectif total).

La médiane est donc de 3.

Exercice 4 : (3 points)

- Déterminer la fonction affine f définie par f(-2) = -2 et f(6) = 2.
- Donner en justifiant le sens de variation de la fonction f.
- Donner le signe de f sur IR.

1) Pour tout x réel : $f(x) = \frac{f(6) - f(-2)}{6 - (-2)}(x - 6) + f(6) = \frac{2 - (-2)}{8}(x - 6) + 2 = \frac{1}{2}(x - 6) + 2$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3 + 2 = \frac{1}{2}x - 1$$

Vérification : $f(-2) = \frac{1}{2}x(-2) - 1 = -1 - 1 = -2$ et $f(6) = \frac{6}{2} - 1 = 3 - 1 = 2$

2) Comme le coefficient $a = \frac{1}{2}$ de f est positif alors la fonction f est strictement croissante sur IR.

3) $f(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x > 1 \Leftrightarrow x > 2$

Donc f est négative sur $]-\infty; 2]$ et positive sur $[2; +\infty[$.

Vérification graphique :

