

Nom :	Prénom :	Classe :
-------	----------	----------

Note : /50

Durée 2 heures

**Observations :**

Il sera tenu compte de la clarté et de la présentation de la copie.

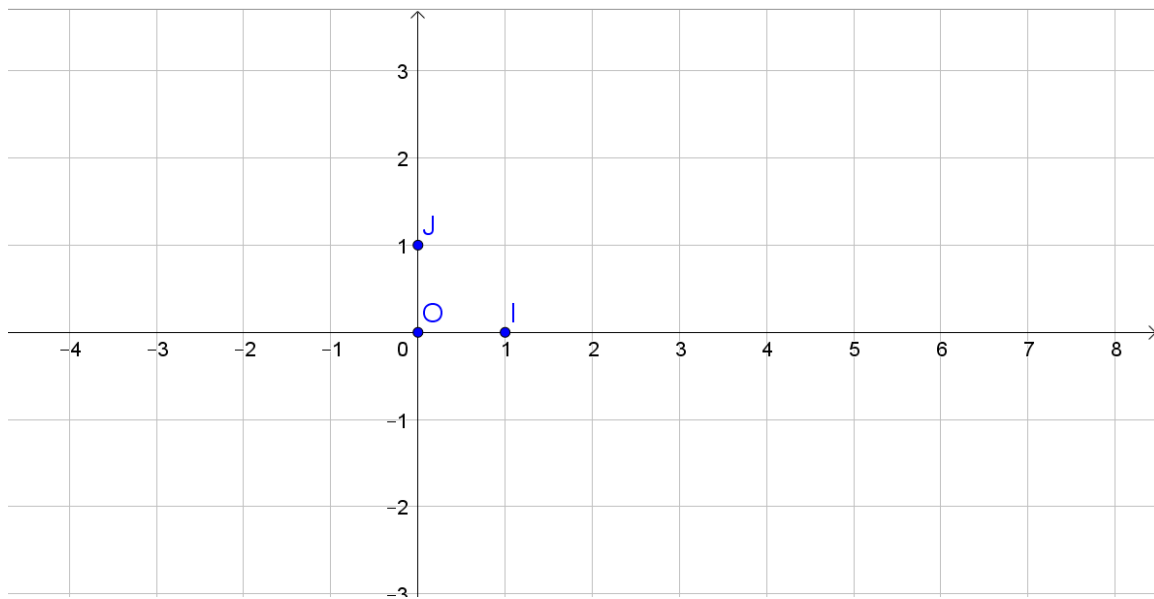
La calculatrice est autorisée.

**Exercice 1 :**

**/11 pts**

Dans un repère  $(O, I, J)$ , on considère les points  $A(6;2)$ ,  $E(4; -2)$  et  $F(-2; -1)$ .

1) Construire une figure que l'on complètera au fur et à mesure des questions. /1 pt



2) a) Calculer les coordonnées du vecteur  $\vec{EF}$  /1 pt

.....

.....

.....

b) Calculer les coordonnées du point  $C$  milieu du segment  $[AF]$ . /1 pt

.....

.....

.....

c) Calculer les coordonnées du point  $G$  pour que  $EFGA$  soit un parallélogramme /2 pt

.....

.....

.....

.....

3) On considère le point  $B$  défini par la relation vectorielle  $\overrightarrow{BA} = -3 \overrightarrow{BF}$ .

a) Sans faire de calculs, que peut-on affirmer pour les points  $A$ ,  $B$  et  $F$  ? /1 pt

.....

.....

b) Montrer que le point  $B$  a pour coordonnées  $\left(0 ; -\frac{1}{4}\right)$ . /3 pts

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) Soit le point  $D \left(\frac{9}{2} ; -1\right)$ .

Les droites  $(EF)$  et  $(DB)$  sont-elles parallèles ? Justifier /2 pts

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 2 : Sondage

/ 11 pts

Afin de mieux connaître sa clientèle, une station de sports d'hiver a effectué une enquête auprès de 250 skieurs.

Voici la synthèse des réponses au sondage :

- deux tiers des personnes qui viennent tous les week-ends possèdent leur matériel ;
- la moitié des personnes venant deux semaines par an possèdent également leur matériel ;
- 44% des personnes interrogées louent sur place.

On considère les événements suivants :

- $M$  : « la personne possède son matériel » ;
- $L$  : « la personne loue ses skis sur place » ;
- $A$  : « la personne loue ses skis ailleurs » ;
- $S$  : « la personne vient une semaine par an » ;
- $W$  : « la personne vient tous les week-ends » ;
- $Q$  : « la personne vient deux semaines par an ».

1) Compléter le tableau ci-dessous présentant la synthèse des réponses.

/ 2 pts

	M	L	A	Total
S	25			
W			5	30
Q		30		100
Total				250

2) On choisit au hasard un client parmi les 250 personnes interrogées, toutes ayant la même chance d'être choisies.

a) Calculer les probabilités  $p(Q)$  et  $p(L)$ .

/ 2 pts

.....

.....

.....

.....

b) Décrire par une phrase l'événement  $Q \cap L$ .

/ 1 pt

.....

.....

c) Calculer  $p(Q \cap L)$ .

/ 1 pt

.....  
 .....

d) Calculer  $p(Q \cup L)$ .

/ 2 pts

.....  
 .....

e) Décrire par une phrase qui n'utilise pas de négations l'événement  $C$  contraire de l'événement  $W \cap A$ .

/ 1 pt

.....  
 .....

f) Calculer  $p(C)$ .

/ 1 pt

.....  
 .....

3) On choisit au hasard un client qui possède son propre matériel.  
 Quelle est la probabilité qu'il vienne une semaine par an ?

/ 1 pt

.....  
 .....

**Exercice 3 :**

ABCD est un carré de côté 1. I est le milieu de [AD].

On place les points E et F respectivement sur les côtés tels que  $EB = BF$ .

On souhaite déterminer le maximum de l'aire du triangle EFI.

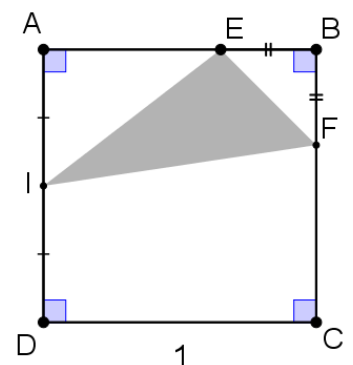
On pose  $x = EB = BF$  et  $f(x)$  l'aire du triangle EFI.

1) A quel intervalle appartient la variable  $x$  ?

/ 1 pt

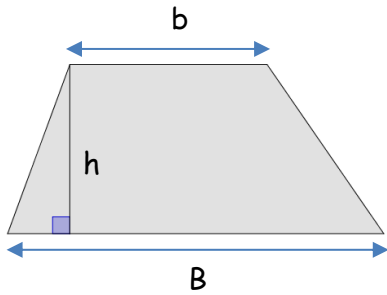
.....

**/8 pts**



2) a) Exprimer en fonction de  $x$ , les aires du triangle AEI, du triangle EBF et du trapèze CDIF. /1,5 pts

On rappelle la formule permettant de calculer l'aire d'un trapèze :



$$\text{Aire du trapèze ci-contre} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) En déduire que l'aire du triangle EFI peut s'exprimer par  $f(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{3}{4}x$ .

/1,5 pts

.....

.....

.....

.....

3) Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction  $f$ . /2 pts

.....

.....

.....

.....

4) Dresser le tableau de variations de  $f$  et en déduire le maximum de l'aire du triangle EFI.

/2 pts

.....  
 .....

**Exercice 4** : QCM statistiques : entourer la bonne réponse

/6 pts

On a demandé à tous les élèves de seconde d'un lycée, combien ils avaient lu de livres durant les dernières vacances d'été :

Nb livres lus	0	1	2	3	4	5
Fréquence	22%	41%	29%	5%	2%	1%

1) Le nombre moyen de livres lus est :

- a) 1                      b) 1,27                      c) 2,5                      d) 12,7

2) Pour une série ordonnée comportant 2014 valeurs, la médiane est située au :

- a) 1 007<sup>e</sup> rang                      b) 1 008<sup>e</sup> rang  
 c) milieu des deux valeurs de rang 1 007 et 1 008.

3) Pour une série ordonnée comportant 2014 valeurs, le 1<sup>er</sup> quartile :

- a) est la valeur de rang 503                      b) est la valeur de rang 504  
 c) n'existe pas car 2014 n'est pas un multiple de 4.

4) Pour une série ordonnée comportant 2014 valeurs, le 3<sup>ème</sup> quartile :

- a) est la valeur de rang 1 510                      b) est la valeur de rang 1 511  
 c) n'existe pas car 2014 n'est pas un multiple de 4.

5) Je suis un indicateur très peu sensible aux valeurs extrêmes de la série. Je suis ....

- a) la médiane                      b) la moyenne  
 c) l'étendue                      d) le minimum

6) Je suis un indicateur qui rend compte de la dispersion de la série. Je suis ...

- a) la médiane                      b) la moyenne  
 c) l'effectif                      d) l'écart interquartile

Exercice 5 :

/14 pts

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -9(x + 1)^2 + 1$  et  $g(x) = 27x - 8$ .

On nomme  $C_f$  et  $C_g$  les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  dans un repère orthogonal.

1) Donner la nature des courbes  $C_f$  et  $C_g$ . / 1 pt

.....  
.....

2) Donner la forme développée de  $f$ . / 2 pts

.....  
.....

3) Montrer que la forme factorisée de  $f$  est  $f(x) = -(3x + 2)(3x + 4)$  / 2 pts

.....  
.....  
.....

4) Résoudre l'équation  $f(x) = -37$ . / 2 pts

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de  $C_f$  avec les axes du repère. / 3 pts

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6) Résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$  et interpréter géométriquement les solutions. / 2 pts

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7) Résoudre l'inéquation  $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ . /2 pts

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

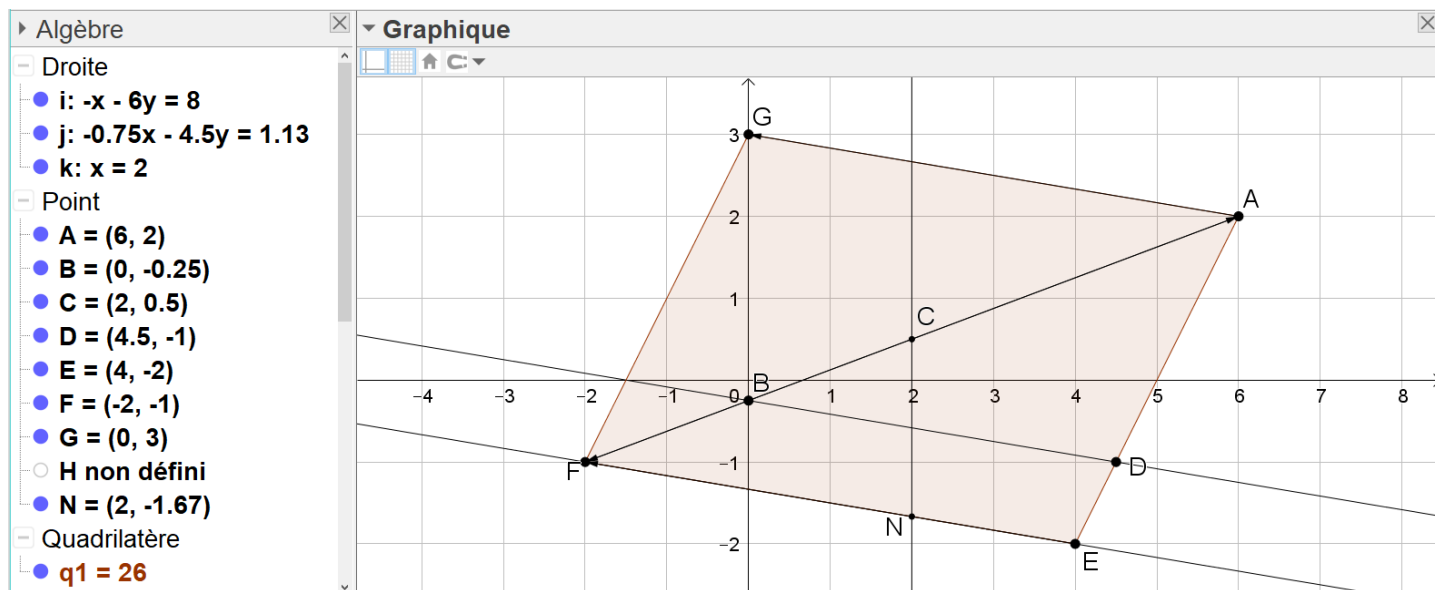


Exercice 1 :

/11 pts

Dans un repère (O, I, J), on considère les points A(6;2), E(4; -2) et F(-2; -1).

1) Construire une figure que l'on complétera au fur et à mesure des questions. /1 pt



2) a) Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{EF}$  /1 pt

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 4 \\ -1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Calculer les coordonnées du point C milieu du segment [AF]. /1 pt

$$x_C = \frac{x_A + x_F}{2} = \frac{6 - 2}{2} = 2 \text{ et } y_C = \frac{y_A + y_F}{2} = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Les coordonnées du point C sont  $\left(2; \frac{1}{2}\right)$ .

c) Calculer les coordonnées du point G pour que EFGA soit un parallélogramme /2 pt

Si EFGA est un parallélogramme alors  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{EF}$

$$\text{Soit } \begin{pmatrix} x_G - x_A \\ y_G - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ d'où } x_G - 6 = -6 \text{ et } y_G - 2 = 1$$

Soit  $x_G = 6 - 6 = 0$  et  $y_G = 1 + 2 = 3$ .

Les coordonnées du point G sont (0; 3).

3) On considère le point B défini par la relation vectorielle  $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{BF}$ .

c) Sans faire de calculs, que peut-on affirmer pour les points A, B et F ? /1 pt

Les vecteurs  $\overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{BF}$  sont colinéaires donc les points A, B et F sont alignés.

d) Montrer que le point B a pour coordonnées  $\left(0 ; -\frac{1}{4}\right)$ .

/ 3 pts

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BA} &= -3 \overrightarrow{BF} && \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -3(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF}) \\ &&& \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{AF} \\ &&& \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{AF} \\ &&& \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{AF} \\ &&& \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AF} \\ &&& \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} x_F - x_A \\ y_F - y_A \end{pmatrix} \\ &&& \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 6 = \frac{3}{4} \times ((-2) - 6) \\ y_B - 2 = \frac{3}{4} \times ((-1) - 2) \end{cases} \\ &&& \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 6 + \frac{3}{4} \times 8 = 6 - 6 = 0 \\ y_B = 2 - \frac{3}{4} \times 3 = \frac{8}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Les coordonnées du point B sont bien  $\left(0 ; -\frac{1}{4}\right)$ .

4) Soit le point D  $\left(\frac{9}{2} ; -1\right)$ .

Les droites (EF) et (DB) sont-elles parallèles ? Justifier

/ 2 pts

$$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{DB} = \begin{pmatrix} x_B - x_D \\ y_B - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - \frac{9}{2} \\ -\frac{1}{4} - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{9}{2} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

$$-6 \times \frac{3}{4} - 1 \times \left(-\frac{9}{2}\right) = -\frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 0.$$

Les vecteurs  $\overrightarrow{EF}$  et  $\overrightarrow{DB}$  sont colinéaires donc les droites (EF) et (DB) sont parallèles.

Exercice 2 : Sondage

/ 11 pts

Afin de mieux connaître sa clientèle, une station de sports d'hiver a effectué une enquête auprès de 250 skieurs.

Voici la synthèse des réponses au sondage :

- deux tiers des personnes qui viennent tous les week-ends possèdent leur matériel ;
- la moitié des personnes venant deux semaines par an possèdent également leur matériel ;
- 44% des personnes interrogées louent sur place.

On considère les événements suivants :

- M : « la personne possède son matériel » ;
- L : « la personne loue ses skis sur place » ;
- A : « la personne loue ses skis ailleurs » ;
- S : « la personne vient une semaine par an » ;
- W : « la personne vient tous les week-ends » ;
- Q : « la personne vient deux semaines par an ».

1) Compléter le tableau ci-dessous présentant la synthèse des réponses.

/2 pts

	M	L	A	Total
S	25	75	20	120
W	20	5	5	30
Q	50	30	20	100
Total	95	110	45	250

2) On choisit au hasard un client parmi les 250 personnes interrogées, toutes ayant la même chance d'être choisies.

a) Calculer les probabilités  $p(Q)$  et  $p(L)$ .

/2 pts

Comme chaque personne a la même chance d'être choisie, il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

Donc  $p(Q) = \frac{\text{card}(Q)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}$  et  $p(L) = \frac{\text{card}(L)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{110}{250} = \frac{11}{25}$  ( $\Omega$  est l'univers de l'expérience)

b) Décrire par une phrase l'événement  $Q \cap L$ .

/1 pt

$Q \cap L$  : La personne vient deux semaines par an et loue ses skis sur place.

c) Calculer  $p(Q \cap L)$ .

/ 1 pt

$$p(Q \cap L) = \frac{\text{card}(Q \cap L)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{30}{250} = \frac{3}{25}$$

d) Calculer  $p(Q \cup L)$ .

/ 2 pts

$$p(Q \cup L) = p(Q) + p(L) - p(Q \cap L) = \frac{2}{5} + \frac{11}{25} - \frac{3}{25} = \frac{2 \times 5 + 11 - 3}{25} = \frac{18}{25}$$

$$\text{Autre méthode : } p(Q \cup L) = \frac{\text{card}(Q \cup L)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{50 + 30 + 20 + 75 + 5}{250} = \frac{180}{250} = \frac{18}{25}$$

e) Décrire par une phrase qui n'utilise pas de négations l'événement  $C$  contraire de l'événement  $W \cap A$ .

/ 1 pt

$C = \overline{W \cap A} = \overline{W} \cup \overline{A}$  : La personne vient une ou deux semaines par an ou possède son matériel ou loue ses skis sur place.

f) Calculer  $p(C)$ .

/ 1 pt

$$p(C) = 1 - p(\overline{C}) = 1 - p(W \cap A) = 1 - \frac{\text{card}(W \cap A)}{\text{card}(\Omega)} = 1 - \frac{5}{250} = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$$

$$\text{Autre méthode : } \text{card}(C) = \frac{\text{card}(\overline{W} \cup \overline{A})}{\text{card}(\Omega)} = \frac{120 + 100 + 5}{250} = \frac{245}{250} = \frac{49}{50}$$

3) On choisit au hasard un client qui possède son propre matériel.

Quelle est la probabilité qu'il vienne une semaine par an ?

/ 1 pt

$$\text{La probabilité demandée est : } \frac{\text{card}(M \cap S)}{\text{card}(M)} = \frac{25}{95} = \frac{5}{19}$$

Exercice 3 :

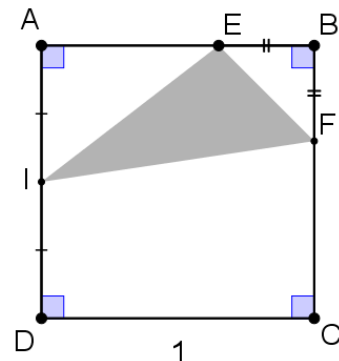
/8 pts

ABCD est un carré de côté 1. I est le milieu de [AD].

On place les points E et F respectivement sur les côtés tels que  $EB = BF$ .

On souhaite déterminer le maximum de l'aire du triangle EFI.

On pose  $x = EB = BF$  et  $f(x)$  l'aire du triangle EFI.

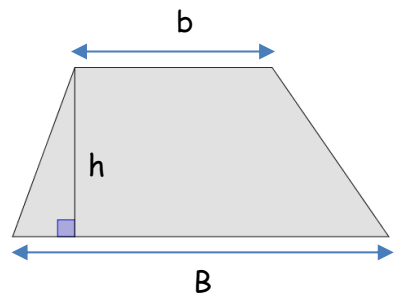


1) A quel intervalle appartient la variable  $x$  ? / 1 pt

$E \in [AB]$  donc  $AA \leq EB \leq AB$  Soit  $0 \leq x \leq 1$  Donc  $x \in [0;1]$ .

2) a) Exprimer en fonction de  $x$ , les aires du triangle AEI, du triangle EBF et du trapèze CDIF. /1,5 pts

On rappelle la formule permettant de calculer l'aire d'un trapèze :



$$\text{Aire du trapèze ci-contre} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$\text{Aire}(AEI) = \frac{AE \times AI}{2} = \frac{(AB - EB) \times AI}{2} = \frac{(1 - x) \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1 - x}{4}$$

$$\text{Aire}(EBF) = \frac{EB \times BF}{2} = \frac{x \times x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

$$\text{Aire}(CDIF) = \frac{(DI + CF) \times DC}{2} = \frac{\left[\frac{1}{2} + (1 - x)\right] \times 1}{2} = \frac{\frac{3}{2} - x}{2} = \frac{3 - 2x}{4}$$

b) En déduire que l'aire du triangle EFI peut s'exprimer par  $f(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{3}{4}x$ .

/1,5 pts

$$\text{Aire}(EFI) = \text{Aire}(ABCD) - \text{Aire}(AEI) - \text{Aire}(EBF) - \text{Aire}(CDIF) = 1^2 - \frac{1 - x}{4} - \frac{x^2}{2} - \frac{3 - 2x}{4}$$

$$f(x) = \text{Aire}(EFI) = 1^2 - \frac{1 - x}{4} - \frac{x^2}{2} - \frac{3 - 2x}{4} = -\frac{x^2}{2} + \frac{4 - 1 + x - 3 + 2x}{4} = -\frac{x^2}{2} + \frac{3}{4}x$$

3) Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction  $f$ . /2 pts

$f$  est un polynôme du second degré.

$$f(x) = ax^2 + bx \text{ avec } a = -\frac{1}{2} \text{ et } b = \frac{3}{4}$$

La parabole représentant  $f$  admet pour sommet le point  $S$  de coordonnées  $S(\alpha; \beta)$  avec :

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{3}{4}}{2 \times \frac{-1}{2}} = \frac{3}{4} \text{ et } \beta = f(\alpha) = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = -\frac{9}{32} + \frac{9}{16} = \frac{-9+18}{32} = \frac{9}{32}$$

Donc les coordonnées du sommet  $S$  de la parabole représentant  $f$  sont  $\left(\frac{3}{4}; \frac{9}{32}\right)$ .

5) Dresser le tableau de variations de  $f$  et en déduire le maximum de l'aire du triangle  $EFI$ .

/2 pts

Comme  $a = -\frac{1}{2} < 0$  alors  $f$  est croissante sur l'intervalle  $\left[0; \frac{3}{4}\right]$  et

décroissante sur l'intervalle  $\left[\frac{3}{4}; 0\right]$

Tableau de variations de  $f$  sur  $[0;1]$  :

$$f(0) = 0$$

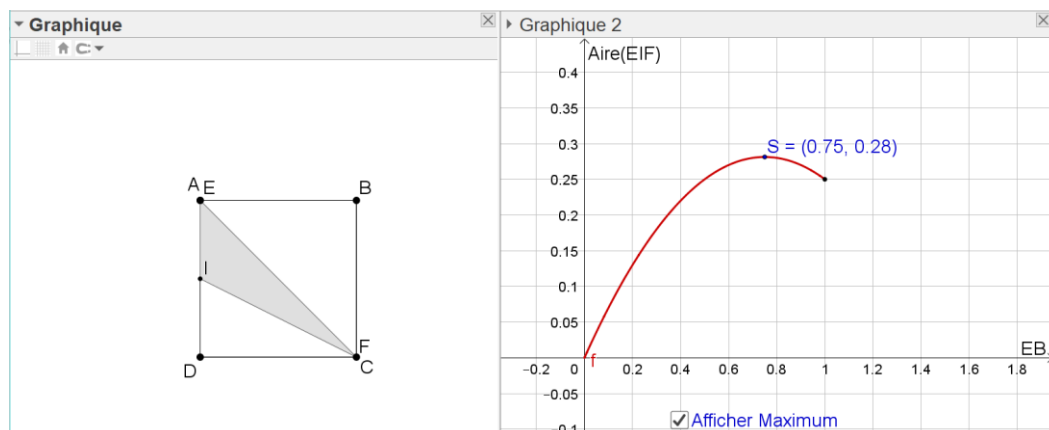
$$f(1) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$x$	0	$\frac{3}{4}$	1
$f(x)$	0	$\frac{9}{32}$	$\frac{1}{4}$

Le maximum de  $f$  sur  $[0;1]$  est  $\frac{9}{32}$ .

Donc l'aire maximale du triangle  $EFI$  est  $\frac{9}{32}$ .

Animation GeoGebra :



**Exercice 4** : QCM statistiques : entourer la bonne réponse

/6 pts

On a demandé à tous les élèves de seconde d'un lycée, combien ils avaient lu de livres durant les dernières vacances d'été :

Nb livres lus	0	1	2	3	4	5
Fréquence	22%	41%	29%	5%	2%	1%

- 1) Le nombre moyen de livres lus est :
    - a) 1
    - b) 1,27
    - c) 2,5
    - d) 12,7
  - 2) Pour une série ordonnée comportant 2014 valeurs, la médiane est située au :
    - a) 1 007<sup>e</sup> rang
    - b) 1 008<sup>e</sup> rang
    - c) milieu des deux valeurs de rang 1 007 et 1 008.
  - 3) Pour une série ordonnée comportant 2014 valeurs, le 1<sup>er</sup> quartile :
    - a) est la valeur de rang 503
    - b) est la valeur de rang 504
    - c) n'existe pas car 2014 n'est pas un multiple de 4.
  - 4) Pour une série ordonnée comportant 2014 valeurs, le 3<sup>ème</sup> quartile :
    - a) est la valeur de rang 1 510
    - b) est la valeur de rang 1 511
    - c) n'existe pas car 2014 n'est pas un multiple de 4.
  - 5) Je suis un indicateur très peu sensible aux valeurs extrêmes de la série. Je suis ....
    - a) la médiane
    - b) la moyenne
    - c) l'étendue
    - d) le minimum
  - 6) Je suis un indicateur qui rend compte de la dispersion de la série. Je suis ...
    - a) la médiane
    - b) la moyenne
    - c) l'effectif
    - d) l'écart interquartile
- 1) Nombre moyen de livres lus :  $0,22 \times 0 + 0,41 \times 1 + 0,29 \times 2 + 0,05 \times 3 + 0,02 \times 4 + 0,01 \times 5 = 1,27$ . Réponse b.
  - 2) Réponse c)
  - 3) Réponse b) car  $\frac{503}{2014} < 0,25$  et  $\frac{504}{2014} > 0,25$
  - 4) Réponse b) car  $\frac{1510}{2014} < 0,75$  et  $\frac{1511}{2014} > 0,75$
  - 5) Réponse a)
  - 6) Réponse d).

Exercice 5 :

/14 pts

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -9(x + 1)^2 + 1$  et  $g(x) = 27x - 8$ .

On nomme  $C_f$  et  $C_g$  les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  dans un repère orthogonal.

1) Donner la nature des courbes  $C_f$  et  $C_g$ . / 1 pt

$f$  étant une fonction polynôme de degré 2 alors  $C_f$  est une parabole.

$g$  étant une fonction affine alors  $C_g$  est une droite.

2) Donner la forme développée de  $f$ . / 2 pts

$$f(x) = -9(x^2 + 2x + 1) + 1 = -9x^2 - 18x - 9 + 1 = -9x^2 - 18x - 8$$

3) Vérifier qu'une forme factorisée de  $f$  est  $f(x) = -(3x + 2)(3x + 4)$  / 2 pts

$$-(3x + 2)(3x + 4) = -(3x \times 3x + 3x \times 4 + 2 \times 3x + 2 \times 4) = -(9x^2 + 12x + 6x + 8) = -9x^2 - 18x - 8 =$$

$f(x)$

Donc  $-(3x + 2)(3x + 4)$  est bien une forme factorisée de  $f$ .

4) Résoudre l'équation  $f(x) = -35$ . / 2 pts

$$f(x) = -35 \Leftrightarrow -9(x + 1)^2 + 1 = -35$$

$$\Leftrightarrow -9(x + 1)^2 = -35 - 1$$

$$\Leftrightarrow -9(x + 1)^2 = -36$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 = \frac{-36}{-9}$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = -2 \text{ ou } x + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = -2 - 1 = -3 \text{ ou } x = 2 - 1 = 1$$

L'équation  $f(x) = -35$  a pour ensemble de solutions  $S = \{-3; 1\}$ .



5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de  $C_f$  avec les axes du repère.

/3 pts

$$f(0) = -8$$

Donc  $C_f$  coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées  $(0; -8)$ .

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow -(3x + 2)(3x + 4) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x + 2 = 0 \text{ ou } 3x + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ ou } x = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

Donc  $C_f$  coupe l'axe des abscisses aux points de coordonnées  $\left(-\frac{4}{3}; 0\right)$  et  $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$ .

6) Résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$  et interpréter géométriquement les solutions.

/ 2 pts

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow -9x^2 - 18x - 8 = 27x - 8 \\ &\Leftrightarrow -9x^2 - 18x - 27x = 0 \\ &\Leftrightarrow -9x^2 - 45x = 0 \\ &\Leftrightarrow -9x(x + 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow -9x = 0 \text{ ou } x + 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -5 \end{aligned}$$

Donc l'équation  $f(x) = g(x)$  a pour ensemble de solutions  $S = \{-5; 0\}$ .

Interprétation géométrique :

Les courbes  $C_f$  et  $C_g$  ont deux points d'intersection dont les abscisses sont -5 et 0.

Résoudre l'inéquation  $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ .

/2 pts

$$\begin{aligned} \frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 &\Leftrightarrow -\frac{(3x + 2)(3x + 4)}{27x - 8} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(3x + 2)(3x + 4)}{27x - 8} \leq 0 \end{aligned}$$

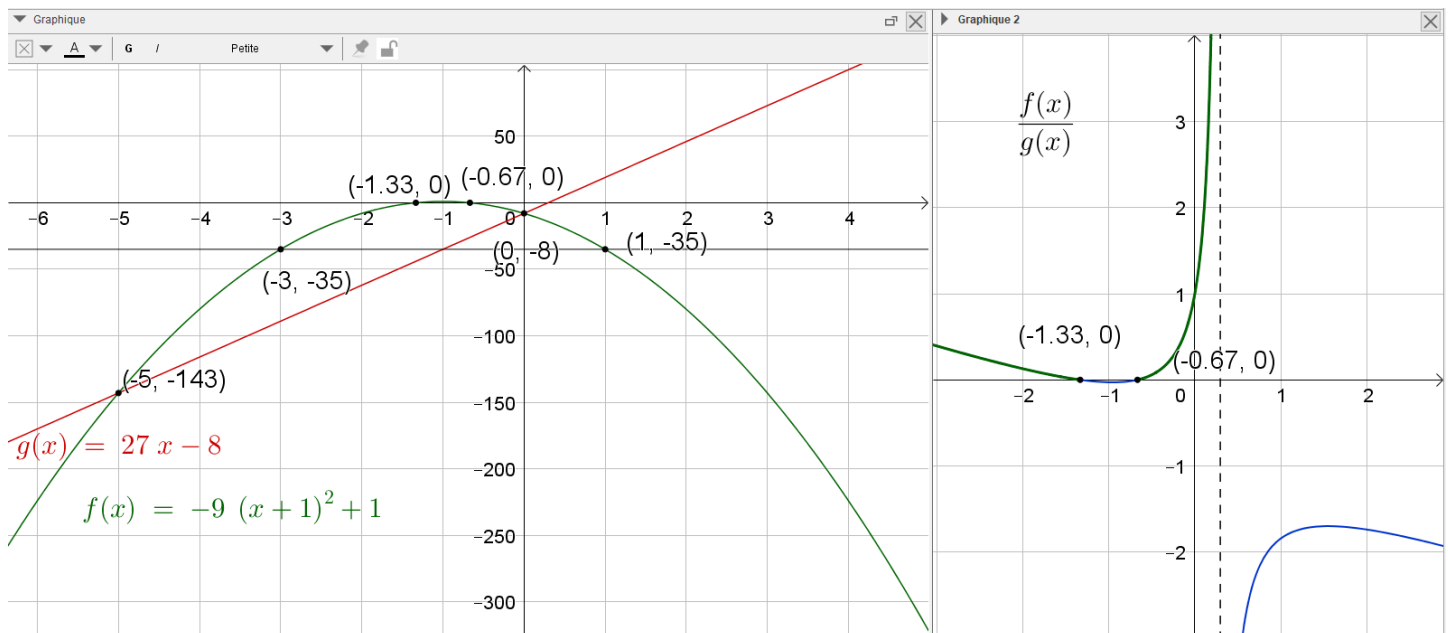
On étudie le signe de cette expression dans un tableau :

$x$	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{8}{27}$	$+\infty$	
$3x + 2$	-	0	-	0	+	
$3x + 4$	-	0	+	+	+	
$27x - 8$	-	-	-	0	+	
$\frac{(3x+2)(3x+4)}{27x-8}$	-	0	+	0	-	+

$$\text{Donc } \frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \left] -\infty; -\frac{4}{3} \right] \cup \left[ -\frac{2}{3}; \frac{8}{27} \right[.$$

$$\text{Donc l'ensemble des solutions de cette inéquation est } S = \left] -\infty; -\frac{4}{3} \right] \cup \left[ -\frac{2}{3}; \frac{8}{27} \right[.$$

**Vérifications graphiques :**



**[Feuille Geogebra liée à la composition](#)**