

I Simulations

1) Voici un algorithme simulant K échantillons de taille N d'un lancer d'une pièce bien équilibrée.

Algorithme	Commentaires
Entrées Saisir K Saisir N Traitement Pour J variant de 1 à K S prend la valeur 0 Pour I variant de 1 à N S prend la valeur S + entier aléatoire 0 ou 1 FinPour F prend la valeur S/N Tracer point (J,F) FinPour	Lecture du nombre K d'échantillons Lecture du nombre N de lancers d'échantillons Début de la boucle extérieure, où J est le numéro de l'échantillon. Traitement de l'échantillon n°J avec : <ul style="list-style-type: none"> • Réalisation des N lancers, où S contient, à la sortie de la boucle, le nombre total de « pile » • Fin de la boucle intérieure • Calcul de la fréquence de l'échantillon n° J ; • Affichage du point d'abscisse J et d'ordonnée la fréquence de l'échantillon n°J. • Fin de la boucle extérieure.

Pour chacun des échantillons, calculer la fréquence d'apparition de « pile », afin de dessiner un nuage de points dont les ordonnées seront les différentes fréquences obtenues.

2) Coder cet algorithme en Python sous votre compte Repl.it

```

from random import randint, random
from math import sqrt
import matplotlib.pyplot as plt

K = int(input("K : "))
N = int(input("N : "))
fig = plt.figure()
plt.axis([1, K, 0, 1])
for J in range(K):
    S = 0
    for I in range(N):
        S = S + randint(0,1)
    F = S/N
    plt.plot(J, F, 'ro', ms=2)
fig.savefig('nuage_'+str(K) + '_' + str(N) + '.png')
    
```

3) Lancer l'algorithme avec :

- K = 100 et N = 10
- K = 100 et N = 100
- K = 100 et N = 1000

Que constate-t-on ?

.....

.....

.....

II Fluctuation d'échantillonnage

1) Partie théorique

Un échantillon de taille N est constitué des résultats de N répétitions indépendantes de la même expérience.

Soit p le pourcentage théorique associé au succès de l'expérience.

Les fréquences f associées à différents échantillons « fluctuent autour de p ».

Propriété :

Pour un échantillon de taille N, il y a 95 chances sur 100 pour que f appartienne à

l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{N}} ; p + \frac{1}{\sqrt{N}} \right]$.

L'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{N}} ; p + \frac{1}{\sqrt{N}} \right]$ est appelé **intervalle de fluctuation au seuil de 95%**.

2) Application aux simulations des lancers d'une pièce

Quelle est la probabilité p d'obtenir « pile » si la pièce est bien équilibrée ?

.....

Adapter l'algorithme précédent pour calculer le pourcentage de fréquences obtenues

appartenant à l'intervalle $\left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{N}} ; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{N}} \right]$

Tester le programme AlgoBox correspondant avec K = 100 et N = 1000 plusieurs fois.

Qu'observe-t-on ?

.....

I Simulations

1)

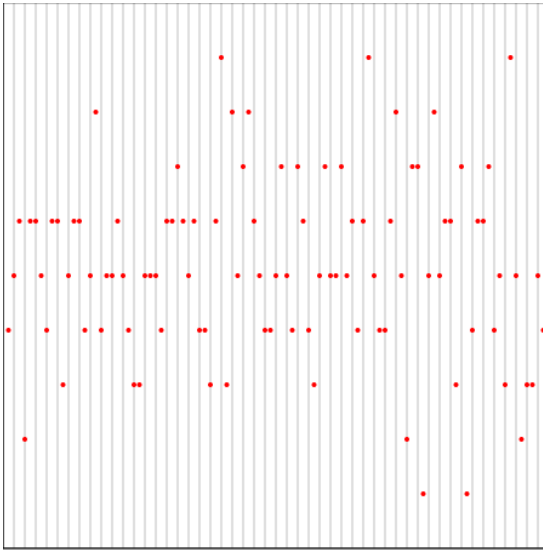
Algorithme	Commentaires
Entrées Saisir K Saisir N Traitement Pour J variant de 1 à K S prend la valeur 0 Pour I variant de 1 à N S prend la valeur S + entier aléatoire 0 ou 1 FinPour F prend la valeur S/N Tracer point (J,F) FinPour	Lecture du nombre K d'échantillons Lecture du nombre N de lancers d'échantillons Début de la boucle extérieure, où J est le numéro de l'échantillon. Traitement de l'échantillon n°J avec : <ul style="list-style-type: none"> • Réalisation des N lancers, où S contient, à la sortie de la boucle, le nombre total de « pile » • Fin de la boucle intérieure • Calcul de la fréquence de l'échantillon n° J ; • Affichage du point d'abscisse J et d'ordonnée la fréquence de l'échantillon n°J. <ul style="list-style-type: none"> • Fin de la boucle extérieure.

2)

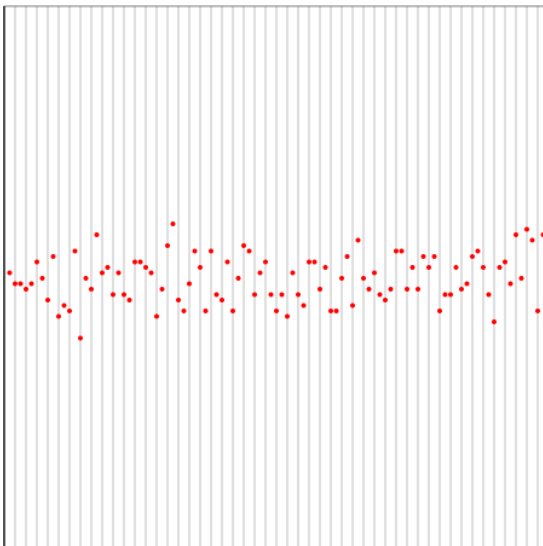
```

3) 1  VARIABLES
4) 2    K EST_DU_TYPE NOMBRE
5) 3    N EST_DU_TYPE NOMBRE
6) 4    S EST_DU_TYPE NOMBRE
7) 5    F EST_DU_TYPE NOMBRE
8) 6    I EST_DU_TYPE NOMBRE
9) 7    J EST_DU_TYPE NOMBRE
10) 8    L EST_DU_TYPE LISTE
11) 9    DEBUT_ALGORITHME
12) 10   LIRE K
13) 11   LIRE N
14) 12   POUR J ALLANT_DE 1 A K
15) 13   DEBUT_POUR
16) 14   S PREND_LA_VALEUR 0
17) 15   POUR I ALLANT_DE 1 A N
18) 16   DEBUT_POUR
19) 17   S PREND_LA_VALEUR S + floor(random()*2)
20) 18   FIN_POUR
21) 19   F PREND_LA_VALEUR S/N
22) 20   AFFICHER F
23) 21   TRACER_POINT (J,F)
24) 22   FIN_POUR
25) 23   FIN_ALGORITHME
    
```

3) $K = 100$ et $N = 10$

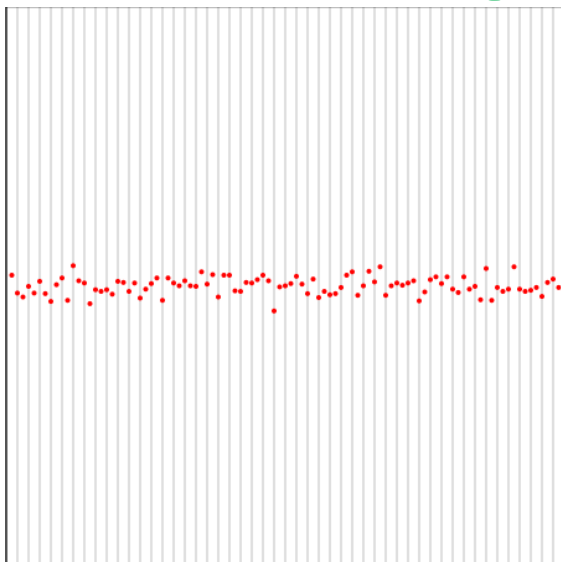


$K = 100$ et $N = 100$



$K = 100$ et $N = 1000$

CORRECTION



Plus N est grand, moins le nuage de points est dispersé.

2) Application aux simulations des lancers d'une pièce

$p = 0,5$ (bien sûr !)

Algorithme AlgoBox

```

1  VARIABLES
2  K EST_DU_TYPE NOMBRE
3  N EST_DU_TYPE NOMBRE
4  S EST_DU_TYPE NOMBRE
5  F EST_DU_TYPE NOMBRE
6  I EST_DU_TYPE NOMBRE
7  J EST_DU_TYPE NOMBRE
8  L EST_DU_TYPE LISTE
9  borne_inf EST_DU_TYPE NOMBRE
10 borne_sup EST_DU_TYPE NOMBRE
11 nb_dans_intervalle EST_DU_TYPE NOMBRE
12 pourcent_dans_intervalle EST_DU_TYPE NOMBRE
13 DEBUT_ALGORITHME
14   LIRE K
15   LIRE N
16   borne_inf PREND_LA_VALEUR 0.5-1/sqrt(N)
17   borne_sup PREND_LA_VALEUR 0.5+1/sqrt(N)
18   nb_dans_intervalle PREND_LA_VALEUR 0
19   POUR J ALLANT_DE 1 A K
20     DEBUT_POUR
21       S PREND_LA_VALEUR 0
22       POUR I ALLANT_DE 1 A N
23         DEBUT_POUR
24           S PREND_LA_VALEUR S + floor(random()*2)
25         FIN_POUR
26       F PREND_LA_VALEUR S/N
27       SI (F>=borne_inf ET F<=borne_sup) ALORS
28         DEBUT_SI
29           nb_dans_intervalle PREND_LA_VALEUR nb_dans_intervalle+1
30         FIN_SI
31       TRACER_POINT (J,F)
32     FIN_POUR
33   TRACER_SEGMENT (0,0.5-1/sqrt(N))->(K,0.5-1/sqrt(N))
34   TRACER_SEGMENT (0,0.5+1/sqrt(N))->(K,0.5+1/sqrt(N))
35   pourcent_dans_intervalle PREND_LA_VALEUR nb_dans_intervalle/K*100

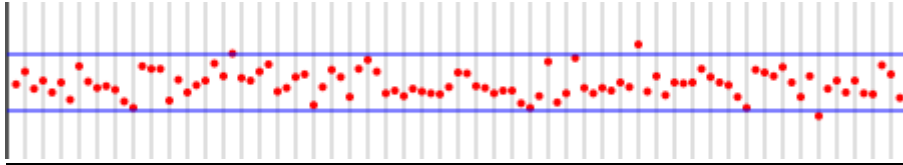
```

CORRECTION

```

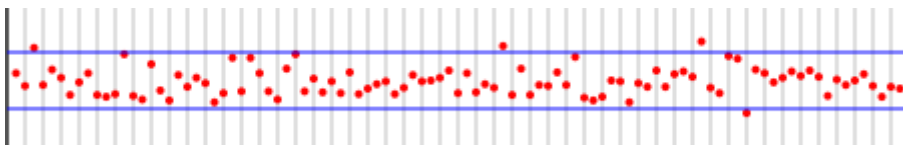
36 AFFICHER "Pourcentage dans l'intervalle de confiance : "
37 AFFICHER pourcent_dans_intervalle
38 FIN_ALGORITHME
    
```

Tester le programme AlgoBox correspondant avec $K = 100$ et $N = 1000$ plusieurs fois.



```

***Algorithme lancé***
Pourcentage dans l'intervalle de fluctuation : 96
***Algorithme terminé***
    
```



```

***Algorithme lancé***
Pourcentage dans l'intervalle de fluctuation : 96
***Algorithme terminé***
    
```



```

***Algorithme lancé***
Pourcentage dans l'intervalle de fluctuation : 94
***Algorithme terminé***
    
```

On remarque que le pourcentage dans l'intervalle de fluctuation est proche de 95%.