Seconde 2 IE2 repérage et configurations du plan 2014-2015 S1

Exercice 1 : (6 points)

On donne les points A(2;3), B(1;-1) et C(6;2).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2) Calculer les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.
3) Calculer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un carré.

Exercice 2 : (4 points)

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les hauteurs des triangles ADO et BOC issues respectivement des sommets A et B se coupent en I.

Démontrer que les droites (OI) et (DC) sont perpendiculaires.

Seconde 2 IE2 repérage et configurations du plan 2014-2015 S2

Exercice 1 : (6 points)

On donne les points A(1;-2), B(4;0) et C(2;3).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2) Calculer les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.
3) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un carré.

Exercice 2 : (4 points)

ABCD est un parallélogramme de centre O.

O' est le symétrique de O par rapport à B et C' le symétrique de C par rapport à D.

Montrer que le milieu du segment [O'C'] est aligné avec les points A et C.

(On pourra se placer dans le triangle O'CC' et identifier un point remarquable de ce triangle).

Seconde 2 **IE2 repérage et configurations du plan** **2014-2015 S1**

CORRECTION

Exercice 1 : (6 points)

On donne les points A(2;3), B(1;-1) et C(6;2).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2) Calculer les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.
3) Calculer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un carré.

1) Calcul des longueurs AB, AC et BC :

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (1 - 2)^2 + (-1 - 3)^2 = 1 + 16 = 17$

$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (6 - 2)^2 + (2 - 3)^2 = 16 + 1 = 17$

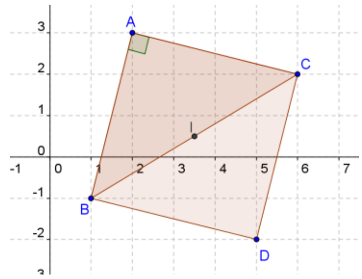
$BC^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = (1 - 6)^2 + (-1 - 2)^2 = 25 + 9 = 34$

On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Donc selon la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en A.

D'autre part $AB = AC = \sqrt{17}$

Donc le triangle ABC est rectangle isocèle en A.



2) Le triangle ABC étant rectangle en A, le centre I de son cercle circonscrit est le milieu de [BC].

Donc $x_I = \dfrac{x_B + x_C}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_B + y_C}{2}$

Soit $x_I = \dfrac{1 + 6}{2} = \dfrac{7}{2} = 3{,}5$ et $y_I = \dfrac{-1 + 2}{2} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$

Donc I(3,5;0,5)

3) Si ABDC est un carré alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc I est le milieu de de [AD].

Soit $D(x_D ; y_D)$.

Si I est le milieu de [AD] alors $x_I = \dfrac{x_A + x_D}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_A + y_D}{2}$.

D'où $2x_I = x_A + x_D$ et $2y_I = y_A + y_D$.

Soit : $x_D = 2x_I - x_A = 2\times3{,}5 - 2 = 7 - 2 = 5$

Et $y_D = 2y_I - y_A = 2\times0{,}5 - 3 = -2$

Les coordonnées de D sont (5 ;-2).

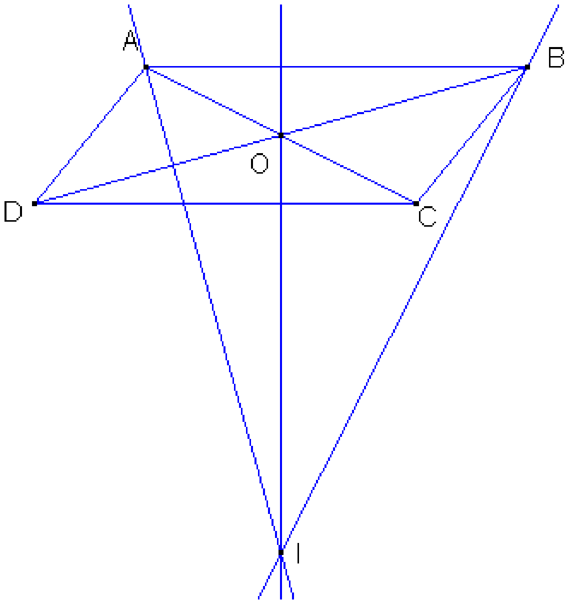
ABDC étant un parallélogramme avec un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur est bien un carré.

CORRECTION

Exercice 2 : (4 points)

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les hauteurs des triangles ADO et BOC issues respectivement des sommets A et B se coupent en I.

Démontrer que les droites (OI) et (DC) sont perpendiculaires.



Le point O intersection des hauteurs issues de A et de B du triangle AIB est donc l'orthocentre de ce triangle.

La droite (OI) est donc la troisième hauteur issue de I de ce triangle (car les 3 hauteurs sont concourantes en O).

Les droites (AB) et (OI) sont donc perpendiculaires.

Or (AB) // (DC) car les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.

Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc, les droites (OI) et (DC) sont perpendiculaires.

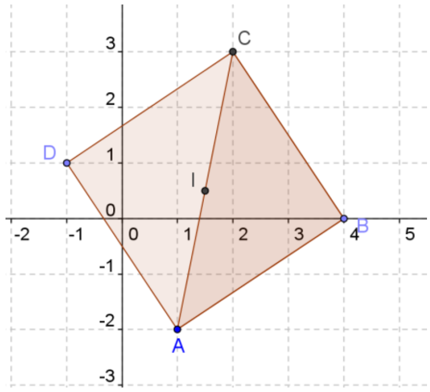
Seconde 2 IE2 repérage et configurations du plan 2014-2015 S2

CORRECTION

Exercice 1 : (5 points)

On donne les points A(1;-2), B(4;0) et C(2;3).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2) Calculer les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.
3) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un carré.



1) Calcul des longueurs AB, AC et BC :

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (4 - 1)^2 + (0 + 2)^2 = 9 + 4 = 13$

$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (2 - 1)^2 + (3 + 2)^2 = 1 + 25 = 26$

$BC^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = (2 - 4)^2 + (0 - 3)^2 = 4 + 9 = 13$

On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$

Donc selon la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

D'autre part $AB = BC = \sqrt{13}$

Donc le triangle ABC est rectangle isocèle en B.

2) Le triangle ABC étant rectangle en B, le centre I de son cercle circonscrit est le milieu de [AC].

Donc $x_I = \dfrac{x_A + x_C}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_A + y_C}{2}$

Soit $x_I = \dfrac{1 + 2}{2} = 1{,}5$ et $y_I = \dfrac{-2 + 3}{2} = 0{,}5$

Donc I(1,5;0,5)

3) Soit $D(x_D;y_D)$

Si ABCD est un carré alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc I est le milieu de de [BD].

Si I est le milieu de [BD] alors $x_I = \dfrac{x_B + x_D}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_B + y_D}{2}$.

D'où $2x_I = x_B + x_D$ et $2y_I = y_B + y_D$.

Soit : $x_D = 2x_I - x_B = 2\times1{,}5 - 4 = -1$

Et $y_D = 2y_I - y_B = 2\times0{,}5 - 0 = 1$

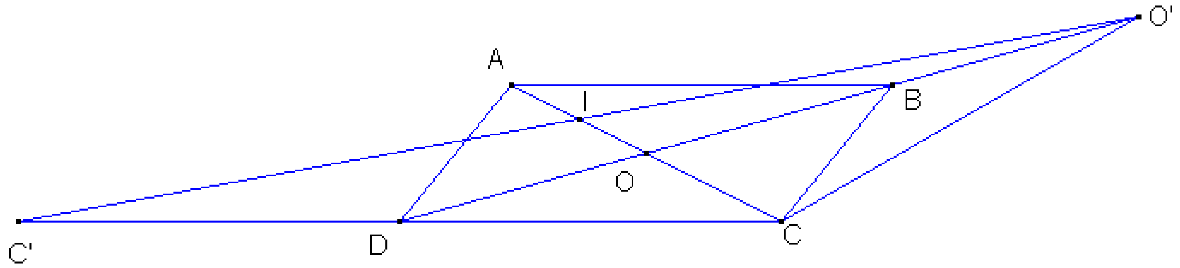
Les coordonnées de D sont (-1 ;1).

ABCD étant un parallélogramme avec un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur est bien un carré.

CORRECTION

Exercice 2 : (4 points)

ABCD est un parallélogramme de centre O.
O' est le symétrique de O par rapport à B et C' le symétrique de C par rapport à D.
Montrer que le milieu du segment [O'C'] est aligné avec les points A et C.
(On pourra se placer dans le triangle O'CC' et identifier un point remarquable de ce triangle).



La droite (O'D) est la médiane issue de O' dans le triangle O'CC'.

De plus, DO = OB = BO'

Donc $OO' = \frac{2}{3} O'D$

Le point O situé au deux tiers de la médiane issue de O' en partant de O' du triangle O'CC' est donc le centre de gravité de ce triangle.

La droite (CO) passant par ce centre de gravité est donc la médiane issue de C dans le triangle O'CC'.
Elle coupe donc le côté [O'C'] en son milieu.
Donc le milieu I de [O'C'] appartient à la droite (AC).
Donc les points I, A et C sont alignés.