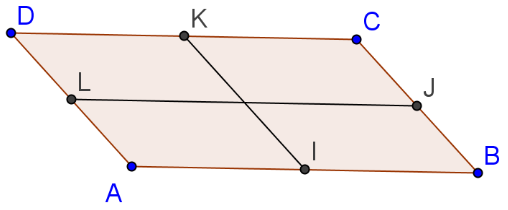
Exercice 1 : (4 points)

Soit ABCD un parallélogramme. I, J, K et L sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].



Recopier et compléter les égalités suivantes à l'aide des points de la figure :

a) $\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{A\ldots}$

b) $\overrightarrow{LJ} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{D\ldots}$

c) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{\ldots D}$

d) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{DL} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{\ldots C}$

Exercice 2 : (5 points)

On donne les points A(-2;5), B(2;-1) et C(5;1).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2) Calculer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un rectangle.

Exercice 3 : (6 points)

1) Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel m tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-8\\8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}m\\2\end{pmatrix}$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}m-1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel m tel que les points A, B et C soient alignés.

a) A(1;3) B(-2;1) et C(m;2)

b) A(-5;1) B(7;1) et C(1;m - 2)

Exercice 4 : (5 points)

Soit $(O; \vec{i} ; \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

Soit A(0;3), B(-1;1) et C(-4;2).

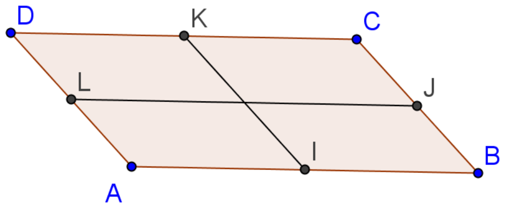
1) Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment [BC].
2) Déterminer les coordonnées du point D tel que :

$$3\,\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

3) Démontrer que les points D, A et I sont alignés.

<u>Exercice 1</u> : (4 points)

Soit ABCD un parallélogramme. I, J, K et L sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].



Recopier et compléter les égalités suivantes à l'aide des points de la figure :

a) $\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{B...}$

b) $\overrightarrow{KI} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{C...}$

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DL} = \overrightarrow{...C}$

d) $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{KD} = \overrightarrow{...D}$

<u>Exercice 2</u> : (5 points)

On donne les points A(2;3), B(1;-1) et C(6;2).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2) Calculer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère ABDC soit un carré.

<u>Exercice 3</u> : (6 points)

1) Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel m tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\4m\end{pmatrix}$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}m+1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel m tel que les points A, B et C soient alignés.

a) A(3;1) B(2;-1) et C(m;-2)

b) A(5;1) B(7;-1) et C(1;m - 1)

<u>Exercice 4</u> : (5 points)

Soit $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$ un repère orthonormé du plan.

Soit A(0;4), B(-4;3) et C(2;1).

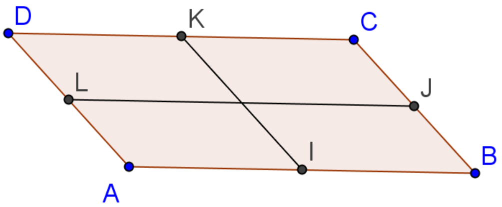
1) Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment [AC].
2) Déterminer les coordonnées du point D tel que : $\overrightarrow{DA} + 2\,\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$
3) Démontrer que les points D, B et I sont alignés.

Seconde 2 **DST2 vecteurs** **Sujet 1 - 9 février 2015**

CORRECTION

<u>Exercice 1</u> : (4 points)

Soit ABCD un parallélogramme. I, J, K et L sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].



Recopier et compléter les égalités suivantes à l'aide des points de la figure :

a) $\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{AI}$

c) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{JD}$

b) $\overrightarrow{LJ} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$

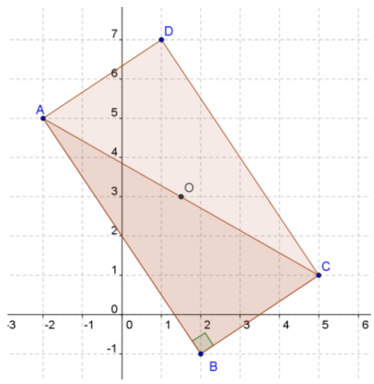
d) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{DL} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{JC}$

<u>Exercice 2</u> : (5 points)

On donne les points A(-2;5), B(2;-1) et C(5;1).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

2) Calculer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un rectangle.



1) $AC^2 = (5 - (-2))^2 + (1 - 5)^2 = 49 + 16 = 65$

$AB^2 + BC^2 = (2 - (-2))^2 + (-1 - 5)^2 + (5 - 2)^2 + (1 - (-1))^2 = 16 + 36 + 9 + 4 = 65$

On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc selon la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

2) Si ABCD est un parallélogramme avec un angle droit alors c'est un rectangle.

Le point D est donc défini par l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Soit $\begin{pmatrix} x_D + 2 \\ y_D - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 1 - (-1) \end{pmatrix}$

D'où : $x_D = 3 - 2 = 1$ et $y_D = 5 + 2 = 7$

Les coordonnées de D sont : (1;7).

<u>Exercice 3</u> : (6 points)

1) Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel m tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix} -8 \\ 8 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix} m - 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel m tel que les points A, B et C soient alignés.

a) A(1;3) B(-2;1) et C(m;2)

b) A(-5;1) B(7;1) et C(1;m - 2)

1) a) La condition de colinéarité des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ s'écrit $-8\times2 - 8m = 0$

D'où : m = -2

b) La condition de colinéarité des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ s'écrit $(m - 1)\times(-2) - 3\times2 = 0$

D'où : $-2m + 2 - 6 = 0$

Soit m = -2

2) Les points A, B et C sont alignés si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

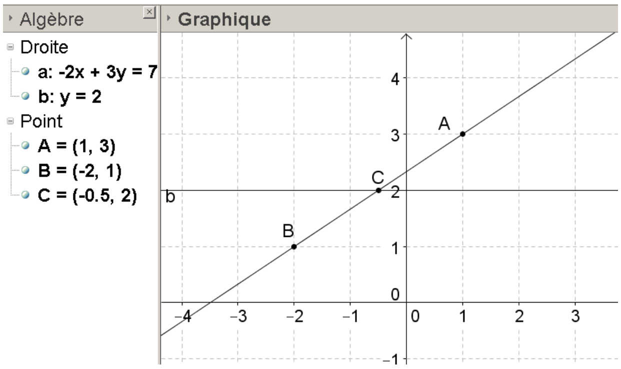
a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-1\\1-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}m-1\\2-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m-1\\-1\end{pmatrix}$

La condition de colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ s'écrit :

$$-3\times(-1)+2(m-1)=0$$

Soit : $2m=-3+2$

Soit $m=-\dfrac{1}{2}$

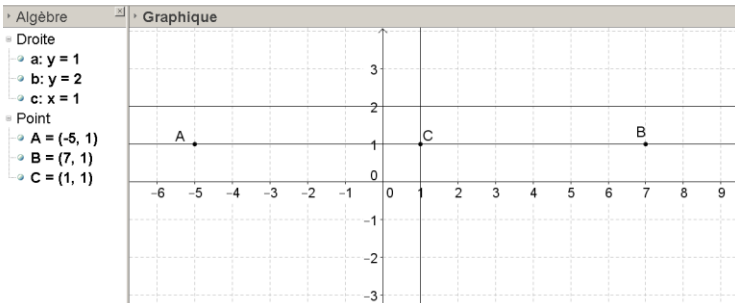


b) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}7+5\\1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1+5\\m-2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\m-3\end{pmatrix}$

La condition de colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ s'écrit :

$$12(m-3)-6\times0=0$$

Soit : $m=3$



<u>Exercice 4</u> : (5 points)

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère orthonormé du plan.
Soit A(0;3), B(-1;1) et C(-4;2).

1) Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment [BC].
2) Déterminer les coordonnées du point D tel que :

$$3\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$$

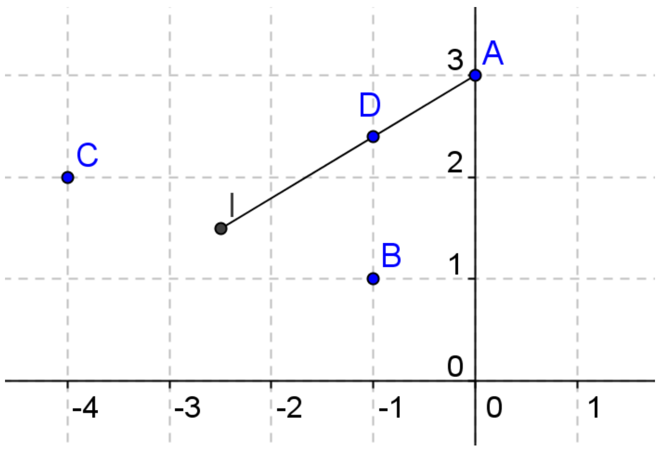
3) Démontrer que les points D, A et I sont alignés.

1) $I\left(\dfrac{x_B+x_C}{2};\dfrac{y_B+y_C}{2}\right)$ soit : $I\left(-\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$

2) $3\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{5}$

$$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}\dfrac{(-1-0)+(-4-0)}{5}\\[2mm]\dfrac{(1-3)+(2-3)}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-\dfrac{3}{5}\end{pmatrix}$$



$\begin{cases}x_D-0=-1\\y_D-3=-\dfrac{3}{5}\end{cases} \Rightarrow x_D=-1$ et $y_D=3-\dfrac{3}{5}=\dfrac{12}{5}$

$D\left(-1;\dfrac{12}{5}\right)$

3) Montrons que les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires.

CORRECTION

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} -\frac{5}{2} - 0 \\ \frac{3}{2} - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$

$-1\times\left(-\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$

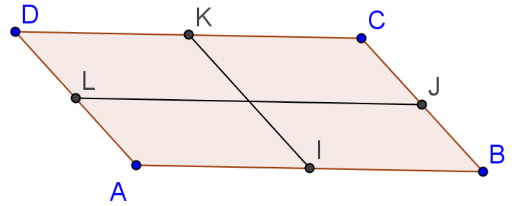
Donc les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires.
Donc les points A, D et I sont alignés.

Seconde 2 **DST2 vecteurs** **Sujet 2 - 9 février 2015**

CORRECTION

Exercice 1 : (4 points)

Soit ABCD un parallélogramme. I, J, K et L sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].



Recopier et compléter les égalités suivantes à l'aide des points de la figure :

a) $\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{BI}$

b) $\overrightarrow{KI} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CD}$

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DL} = \overrightarrow{LC}$

d) $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{KD} = \overrightarrow{LD}$

Exercice 2 : (5 points)

On donne les points A(2;3), B(1;-1) et C(6;2).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

2) Calculer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère ABDC soit un carré.

1) $BC^2 = (6 - 1)^2 + (2 - (-1))^2 = 25 + 9 = 34$

$AB^2 = (1 - 2)^2 + (-1 - 3)^2 = 1 + 16 = 17$

$AC^2 = (6 - 2)^2 + (2 - 3)^2 = 16 + 1 = 17$

On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, donc selon la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en A

De plus AB = AC, donc ABC est rectangle isocèle en A.

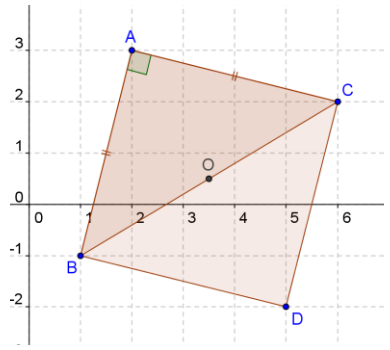
2) Si ABDC est un parallélogramme avec un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.

Le point D est donc défini par l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

Soit $\begin{pmatrix} x_D - 6 \\ y_D - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2 \\ -1 - 3 \end{pmatrix}$

D'où : $x_D = 6 - 1 = 5$ et $y_D = 2 - 4 = -2$

Les coordonnées de D sont : (5;-2).



Exercice 3 : (6 points)

1) Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel m tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ 4m \end{pmatrix}$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix} m + 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel m tel que les points A, B et C soient alignés.

a) A(3;1) B(2;-1) et C(m;-2)

b) A(5;1) B(7;-1) et C(1;m - 1)

1) a) La condition de colinéarité des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ s'écrit $-1\times(4m) - 4\times4 = 0$

D'où : m = -4

b) La condition de colinéarité des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ s'écrit $(m + 1)\times2 + 3\times2 = 0$

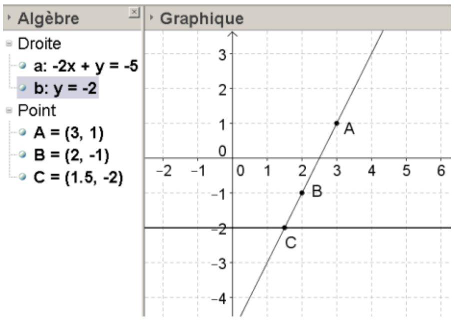
D'où : $2m + 2 + 6 = 0$

Soit m = -4

CORRECTION

2) Les points A, B et C sont alignés si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-3\\-1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}m-3\\-2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m-3\\-3\end{pmatrix}$



La condition de colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ s'écrit :

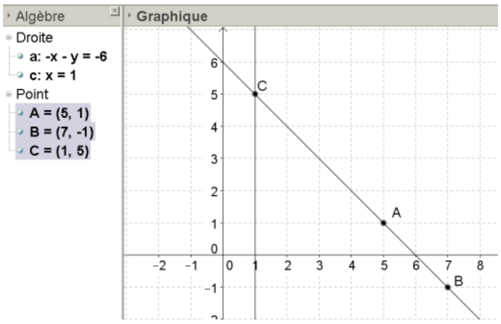
$$(-1)\times(-3)-(-2)\times(m-3)=0$$

Soit : $3+2m-6=0$

Soit $2m=3$

Soit $m=\frac{3}{2}=1{,}5$

b) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}7-5\\-1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1-5\\m-1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\m-2\end{pmatrix}$



La condition de colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ s'écrit :

$$2(m-2)-2\times4=0$$

Soit : $m-2=4$

Soit $m=6$

Exercice 4 : (5 points)

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

Soit A(0;4), B(-4;3) et C(2;1).

1) Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment [AC].
2) Déterminer les coordonnées du point D tel que :

$$\overrightarrow{DA}+2\,\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$$

3) Démontrer que les points D, B et I sont alignés.

1) $I\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ soit : $I\left(1;\frac{5}{2}\right)$

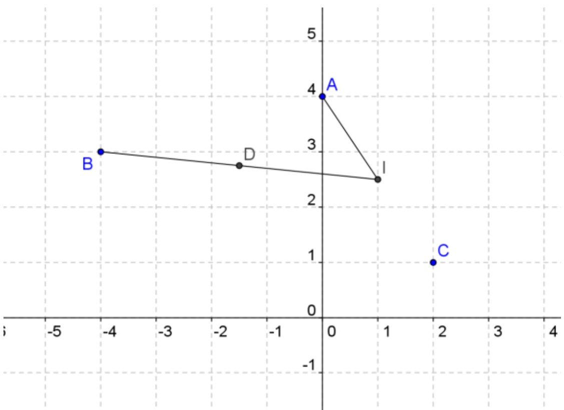
2) $\overrightarrow{DA}+2\,\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BA}+2\,\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BD}=\frac{\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}}{4}$$

$$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}\dfrac{(0-(-4))+(2-(4))}{4}\\[2ex]\dfrac{(4-3)+(1-3)}{4}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{5}{2}\\[2ex]-\dfrac{1}{4}\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}x_D+4=\dfrac{5}{2}\\[2ex] y_D-3=-\dfrac{1}{4}\end{cases} \rightarrow x_D=-\frac{3}{2} \text{ et } y_D=\frac{11}{4}$$

$D\left(-\frac{3}{2};\frac{11}{4}\right)$



CORRECTION

3) Montrons que les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires.

$$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\ -\frac{1}{4}\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{DI}\begin{pmatrix}1+\frac{3}{2}\\ \frac{5}{2}-\frac{11}{4}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\ -\frac{1}{4}\end{pmatrix}$$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont égaux donc colinéaires.
Donc les points B, D et I sont alignés.