4ème Composition n°3 de Mathématiques 2010-2011 Sujet 2 Calculatrice autorisée		
Date : 01/02/2011 Stanislas	Notation sur 80	Durée : 2h
Appréciation :		

Compétences du socle commun pouvant être évaluées :

3.1.3.	Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.	
3.1.4.	Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.	
3.2.2.	Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires : mener à bien un calcul mental, à la main, avec calculatrice, avec ordinateur.	
3.2.3.	Géométrie : connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace : utiliser leurs propriétés.	
3.2.4.	Grandeurs et mesure : réaliser des mesures (longueurs, durées…), calculer des valeurs (volumes, vitesse…) en utilisant différentes unités.	
5.5.1.	Images – Cartes - Croquis - Textes – Graphiques.	

1ère PARTIE : PARTIE NUMERIQUE /40

Exercice 1 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

(On détaillera chaque étape des calculs)

$A = \dfrac{20 \times 10^{-4} \times 10^{7}}{10^{-2} \times 10^{5}}$

A =

A =

A =

A =

B = $- 23{,}7 \times 10^{-3}$

B =

B =

C = $0{,}003 \times 10^{5}$

C =

C =

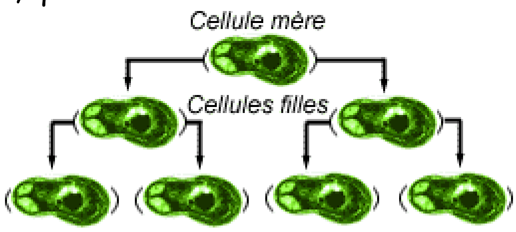
$D = \dfrac{3{,}2 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^{2})^{3}}{4 \times 10^{-2}}$

D =

D =

D =

Exercice 2 : Les bactéries sont des organismes asexués, la reproduction se fait par division cellulaire. Une cellule *(appelée cellule mère)* va donner naissance à deux cellules identiques appelées cellules filles, qui à leur tour deviennent mères etcetera.



Le temps que met une cellule mère pour donner deux cellules filles est de l'ordre de 20 minutes.

a) Vérifier qu'au bout d'une heure, à partir d'une cellule mère, il y aura 8 bactéries.

……

…… /1

b) Calculer, au bout de combien de temps, à partir d'une cellule mère, le nombre de bactéries aura dépassé 1 millier. *(<u>Aide</u> : Utiliser le tableau et votre calculette)*

……

…… /3

Exercice 3 : *(On rappelle la formule $v = \frac{d}{t}$ où v est la vitesse en km/h,*

d est la distance en mètres et t est le temps en heures.)

Un cycliste parcourt une distance de 69 km à la vitesse moyenne de 30km/h.

a) Quelle est la durée *(en heures minutes)* du trajet?

……

……

……

…… /3

b) Il retourne à son point de départ par une route différente, le trajet est plus long de 11 km. Il arrive au bout de 3 h 12 min.

Quelle est sa vitesse moyenne sur le trajet retour? /4

……

……

<u>Problème :</u> Un club multisports propose à sa clientèle de choisir entre les trois formules suivantes :

- Formule A : 12 € la séance
- Formule B : un forfait annuel de 150 € plus une participation de 4 € par séance.
- Formule C : un forfait annuel de 500 € permettant un accès illimité aux séances.

Une année compte 52 semaines.

/1,5

Kévin décide de suivre une séance par mois toute l'année : Soit ....séances par an.

Nadia décide de suivre une séance par semaine toute l'année : Soit ....séances par an.

Perrin décide de suivre deux séances par semaine toute l'année : Soit.............séances par an.

1) Calculer le prix à payer par chacun par an et compléter le tableau ci-dessous.
   Entourer dans le tableau le tarif le plus avantageux pour chacun.

/4,5

	Kévin	Nadia	Perrin
Tarif A	....	....	....
Tarif B	....	....	....
Tarif C	....	....	....

2) Calculer le prix à payer pour 10 ; 20 et 30 séances avec la formule A puis avec la formule B et compléter le tableau.

/6

	0 séance	10 séances	20 séances	30 séances
Tarif A	0 €	....	....	....
Tarif B	150 €	....	....	....

3) A l'aide du tableau complété de la question 2), représenter dans un même Repère, sur le papier millimétré (page suivante), les deux tarifs : A et B :

Echelle : Axe des abscisses : 1 cm pour 5 séances
Axe des ordonnées : 1 cm pour 20.€

4) A l'aide du graphique, dire s'il y a proportionnalité entre le prix à payer et le nombre de séances, <u>pour chacun des tarifs</u>.

....

....

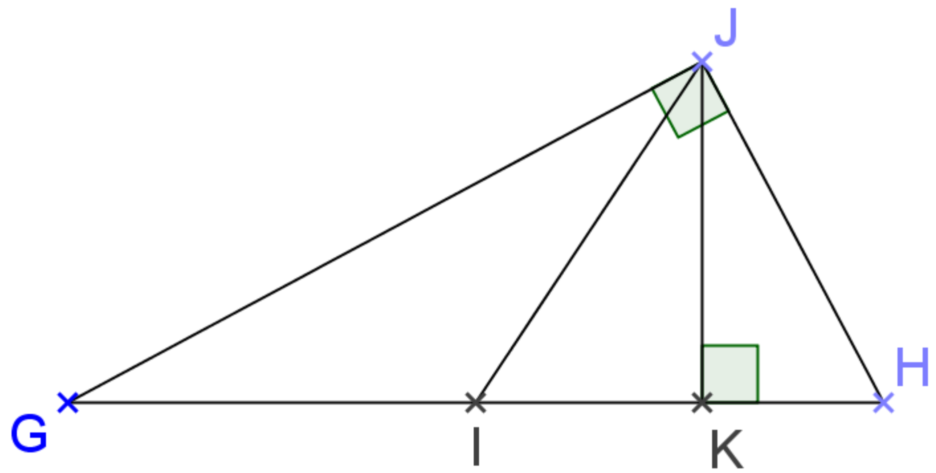
/4

/

$2^{ème}$ PARTIE : ACTIVITES GEOMETRIQUES /40

Exercice 1 :

Dans un triangle GHJ rectangle en J, la hauteur issue de J coupe [GH] en K et la médiane issue de J coupe [GH] en I. On sait que IJ = 3 cm et JK = 2,5 cm.



a) Déterminer GH /6

……

……

……

……

……

……

……

……

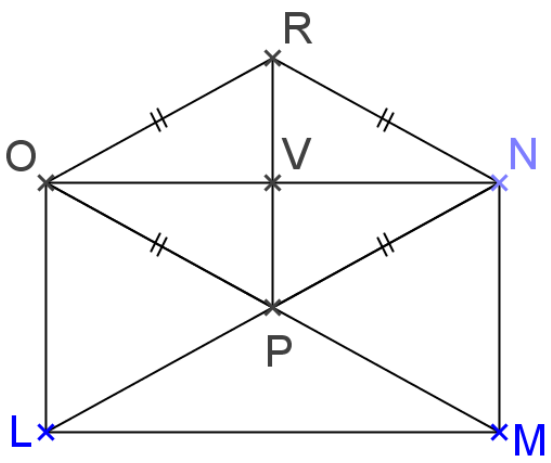
b) En déduire l'aire de GHJ /2

……

……

……

Exercice 2 :



LMNO est un rectangle

En utilisant les informations portées sur la figure ci-dessus :

a) Démontrer que (RP)⊥(ON) /4

………

………

………

………

………

b) Démontrer que (VP)//(OL) /3

………

………

………

………

………

………

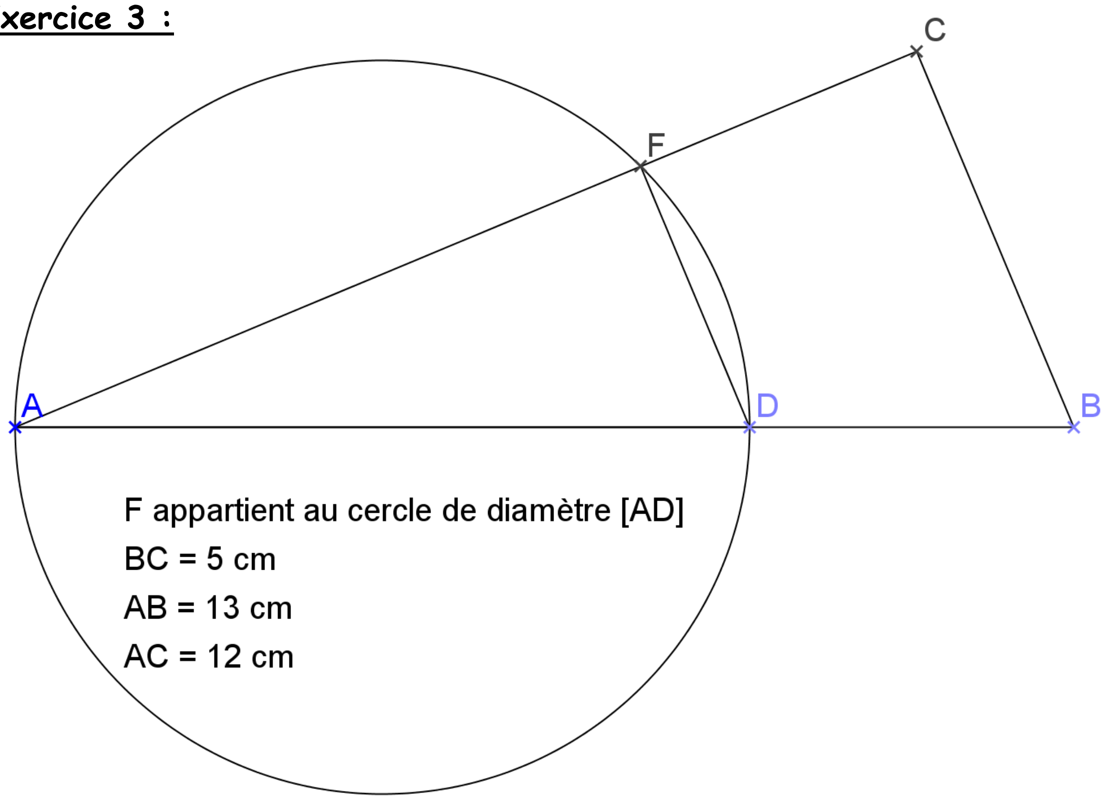
c) Trouver une deuxième façon de démontrer que (VP)//(OL) /5

………

………

………

Exercice 3 :



a) Déterminer la nature de FAD.

/4

b) Quelle est la nature de BAC ?

/4

………

………

………

………

………

………

c) En déduire que (FD)//(CB)

/2

………

………

………

………

………

………

d) On donne AD = 9,75 cm déterminer AF puis FC

/6

………

………

………

………

………

………

e) Calculer FD à l'aide du théorème de Pythagore.

………

………

………

………

………

$1^{ère}$ PARTIE : PARTIE NUMERIQUE /40

Exercice 1 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

(On détaillera chaque étape des calculs)

$A = \dfrac{20 \times 10^{-4} \times 10^{7}}{10^{-2} \times 10^{5}}$

$A = \dfrac{20 \times 10^{7-4}}{10^{-2+5}}$

$A = 20 \times \dfrac{10^{3}}{10^{3}}$

$A = 20$

$A = 2 \times 10^{1}$

$B = -23{,}7 \times 10^{-3}$

$B = -2{,}37 \times 10^{1} \times 10^{-3}$

$B = -2{,}37 \times 10^{1-3}$

$B = -2{,}37 \times 10^{-2}$

$C = 0{,}003 \times 10^{5}$

$C = 3 \times 10^{-3} \times 10^{5}$

$C = 3 \times 10^{-3+5}$

$C = 3 \times 10^{2}$

$D = \dfrac{3{,}2 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^{2})^{3}}{4 \times 10^{-2}}$

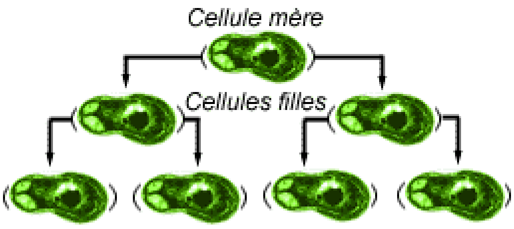
$D = \dfrac{3{,}2 \times 5}{4} \times \dfrac{10^{-3} \times 10^{2 \times 3}}{10^{-2}}$

$D = \dfrac{4 \times 10^{-3+6}}{10^{-2}}$

$D = 4 \times 10^{3-(-2)}$

$D = 4 \times 10^{5}$

Exercice 2 : Les bactéries sont des organismes asexués, la reproduction se fait par division cellulaire. Une cellule *(appelée cellule mère)* va donner naissance à deux cellules identiques appelées cellules filles, qui à leur tour deviennent mères etcetera.



Le temps que met une cellule mère pour donner deux cellules filles est de l'ordre de 20 minutes.

a) Vérifier qu'au bout d'une heure, à partir d'une cellule mère, il y aura 8 bactéries.

1 h = 60 min = 3×20 min.

Donc au bout d'une heure, il y aura $2 \times 2 \times 2 = 2^{3} = 8$ bactéries.

b) Calculer, au bout de combien de temps, à partir d'une cellule mère, le nombre de bactéries aura dépassé 1 millier. *(Aide : Utiliser le tableau et votre calculette)*

Durée	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
nb Bactéries	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Le nombre de bactéries aura dépassé le millier au bout de 200 minutes = 3 h 20 min.

/3

Exercice 3 : *(On rappelle la formule $v = \frac{d}{t}$ où v est la vitesse en km/h, d est la distance en mètres et t est le temps en heures.)*

Un cycliste parcourt une distance de 69 km à la vitesse moyenne de 30 km/h.

a) Quelle est la durée *(en heures minutes)* du trajet?

/3

$t = \frac{d}{v} = \frac{69}{30} = 2{,}3$ h = 2h 18 min

La durée du trajet est de 2h 18 min.

b) Il retourne à son point de départ par une route différente, le trajet est plus long de 11 km. Il arrive au bout de 3 h 12 min.
Quelle est sa vitesse moyenne sur le trajet retour?

d = 69 + 11 = 80 km

$t = 3\text{h}12\text{min} = 3 + \frac{12}{60} = 3{,}2$ h

$v = \frac{d}{t} = \frac{80}{3{,}2} = 25$ km/h.

Sa vitesse moyenne sur le trajet retour est de 25 km/h.

CORRECTION

Problème : Un club multisports propose à sa clientèle de choisir entre les trois formules suivantes :

- Formule A : 12 € la séance
- Formule B : un forfait annuel de 150 € plus une participation de 4 € par séance.
- Formule C : un forfait annuel de 500 € permettant un accès illimité aux séances.

Une année compte 52 semaines.

/1,5

Kévin décide de suivre une séance par mois toute l'année : Soit 12 séances par an.

Nadia décide de suivre une séance par semaine toute l'année : Soit 52 séances par an.

Perrin décide de suivre deux séances par semaine toute l'année : Soit 104 séances par an.

1) Calculer le prix à payer par chacun par an et compléter le tableau ci-dessous. Entourer dans le tableau le tarif le plus avantageux pour chacun.

/4,5

	Kévin	Nadia	Perrin
Tarif A	$12 \times 12 = 144$ €	$52 \times 12 = 624$ €	$104 \times 12 = 1248$ €
Tarif B	$150 + 4 \times 12 = 198$ €	$150 + 4 \times 52 = 358$ €	$150 + 4 \times 104 = 566$ €
Tarif C	500 €	500 €	500 €

2) Calculer le prix à payer pour 10 ; 20 et 30 séances avec la formule A puis avec la formule B et compléter le tableau.

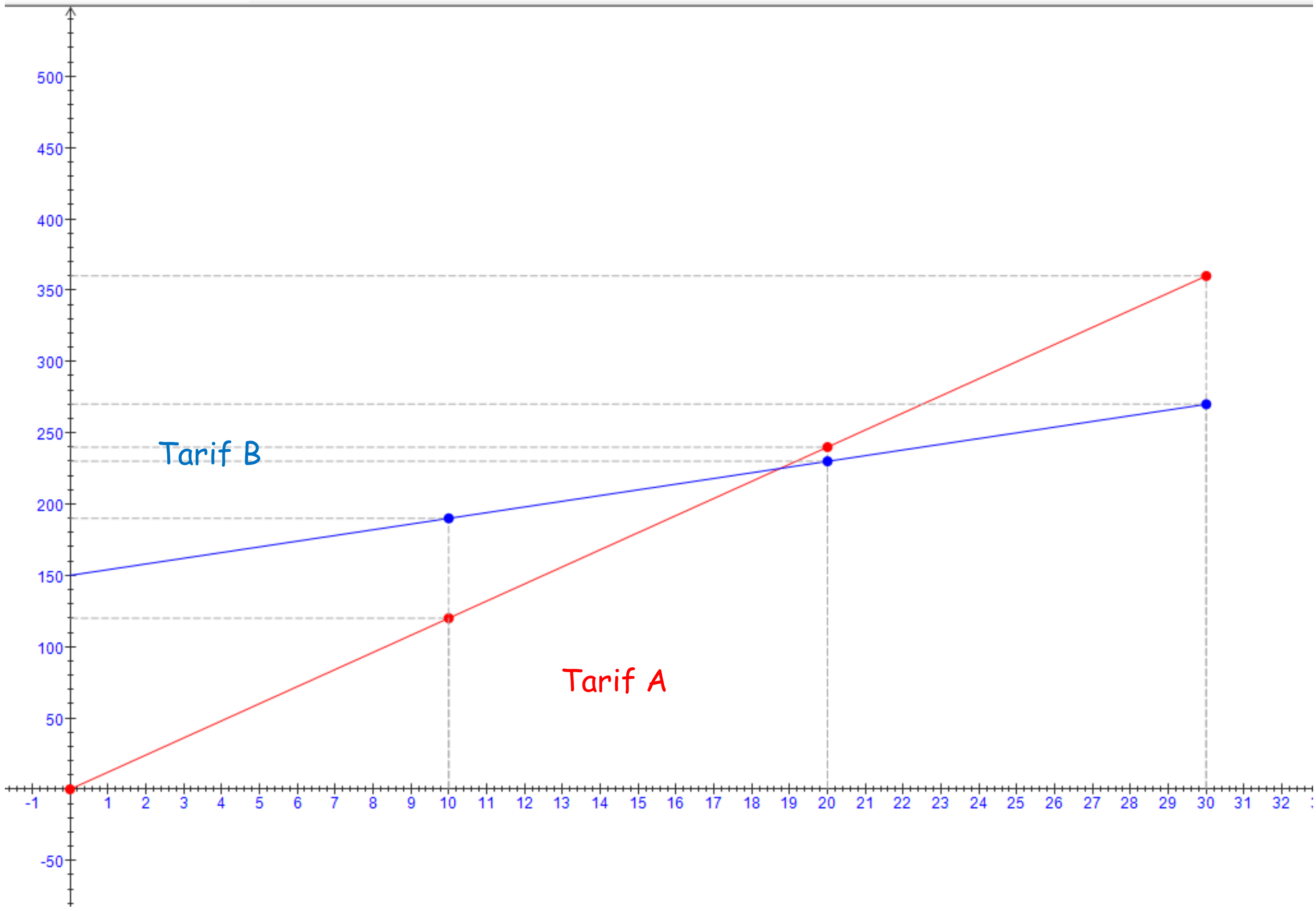
/6

	0 séance	10 séances	20 séances	30 séances
Tarif A	0 €	$10 \times 12 = 120$ €	$20 \times 12 = 240$ €	$30 \times 12 = 360$ €
Tarif B	150 €	$150 + 4 \times 10 = 190$ €	$150 + 20 \times 4 = 230$ €	$150 + 30 \times 4 = 270$ €

CORRECTION

3) A l'aide du tableau complété de la question 2), représenter dans un même Repère, sur le papier millimétré (page suivante), les deux tarifs : A et B :

Echelle : Axe des abscisses : 1 cm pour 5 séances
Axe des ordonnées : 1 cm pour 20.€



4) A l'aide du graphique, dire s'il y a proportionnalité entre le prix à payer et le nombre de séances, pour chacun des tarifs.

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par un ensemble de points alignés avec l'origine du repère.

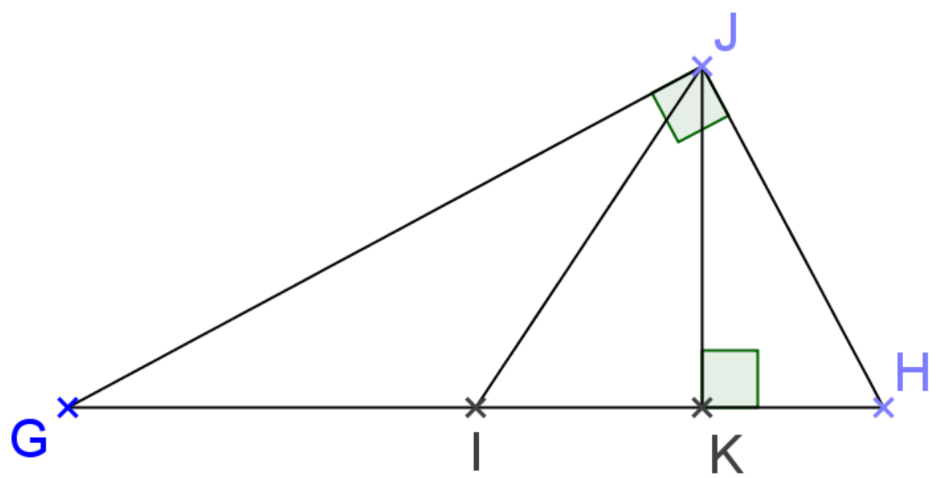
Seul pour le tarif A, le prix à payer est proportionnel au nombre de séances.

2ème PARTIE : ACTIVITES GEOMETRIQUES

/40

Exercice 1 :

Dans un triangle GHJ rectangle en J, la hauteur issue de J coupe [GH] en K et la médiane issue de J coupe [GH] en I. On sait que IJ = 3 cm et JK = 2,5 cm.



c) Déterminer GH

/6

Comme le triangle GJH est rectangle en J, alors la longueur de la médiane issue de J est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Donc $GH = 2 \times IJ = 6$ cm.

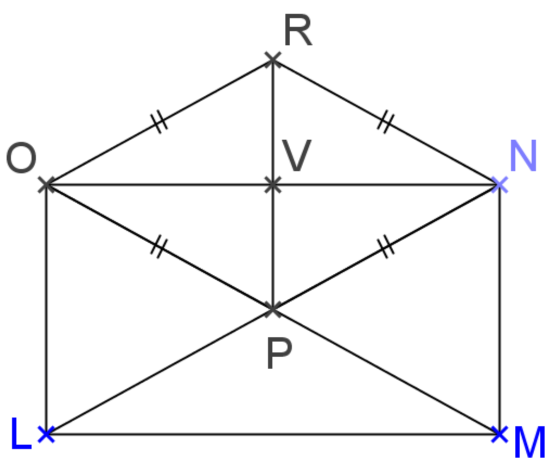
d) En déduire l'aire de GHJ

/2

$$A_{GHJ} = \frac{GH \times JK}{2} = \frac{6 \times 2,5}{2} = 3 \times 2,5 = 7,5 \text{ cm}^2$$

CORRECTION

Exercice 2 :



LMNO est un rectangle

En utilisant les informations portées sur la figure ci-dessus :

d) Démontrer que (RP)⊥(ON) /4

ORNP est un quadrilatère avec 4 côtés de même longueur : c'est donc un losange.

Ses diagonales sont donc perpendiculaires.

Donc (RP) ⊥ (ON).

e) Démontrer que (VP)//(OL) /3

LMNO est un rectangle donc (OL) ⊥ (ON)

Les droites (VP) et (OL) étant perpendiculaires à la même droite (ON) sont parallèles.

Donc (VP) // (OL).

f) Trouver une deuxième façon de démontrer que (VP)//(OL) /5

V est le milieu de [ON] car les diagonales du parallélogramme ORNP se coupent en leur milieu.

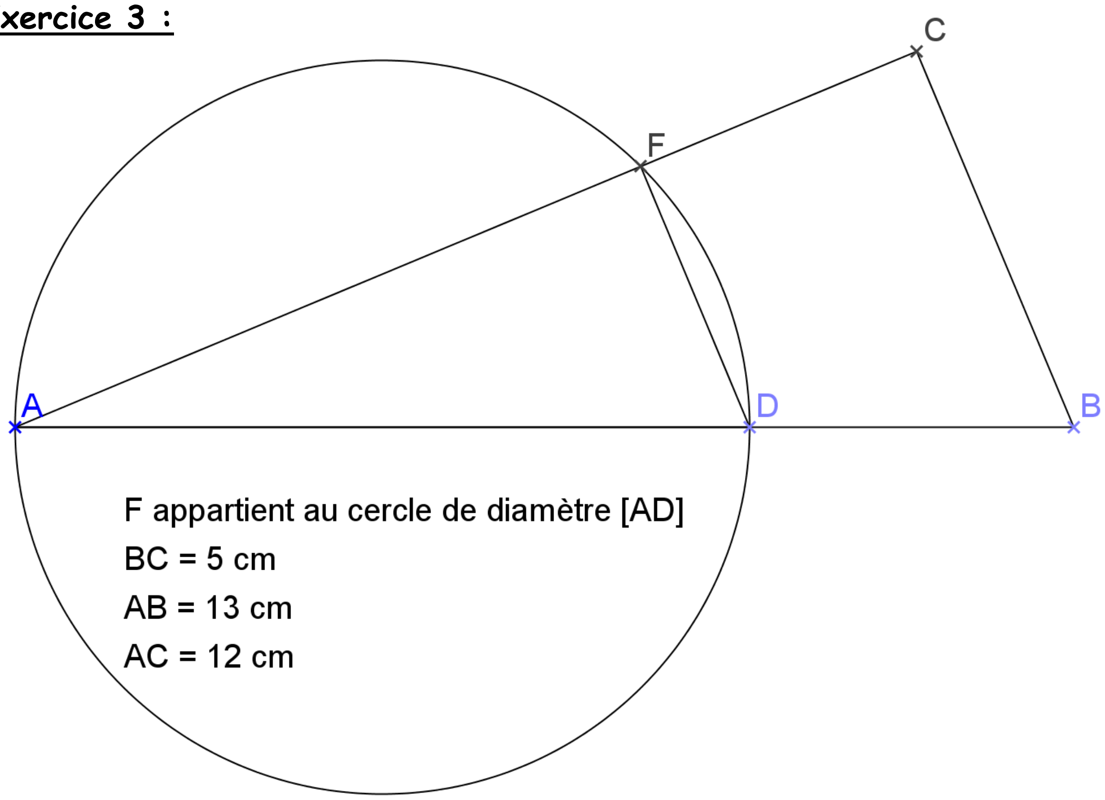
P est le milieu de [LN] car les diagonales du parallélogramme ONML se coupent en leur milieu.

Dans le triangle NOL, La droite qui passe par les milieux des segments [ON] et [LN] est parallèle au troisième côté [OL].

Donc (VP) // (OL).

CORRECTION

Exercice 3 :



f) Déterminer la nature de FAD.

/4

Le triangle FAD est inscrit dans le cercle de diamètre [AD].

Donc le triangle FAD est rectangle en F.

g) Quelle est la nature de BAC ?

/4

On a $AB^2 = 13^2 = 169$

$BC^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

On a donc l'égalité $AB^2 = BC^2 + AC^2$

Donc selon la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

h) En déduire que (FD)//(CB)

/2

Le triangle FAD étant rectangle en F, on a (FD) ⊥ (AF).

Le triangle ABC étant rectangle en C, on a (BC) ⊥ (AC).

CORRECTION

Les points A, F et C étant alignés, les droites (AF) et (AC) sont confondues.

Les droites (FD) et (BC) étant perpendiculaires à la même droite (AC) sont donc parallèles.

Donc (FD) // (CB)

i) On donne AD = 9,75 cm déterminer AF puis FC | /6 |

Les droites (FD) et (BC) étant parallèles, on peut appliquer le théorème de Thalès dans les triangles AFD et ACB :

$\frac{AF}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{FD}{BC}$

Soit : $\frac{AF}{12} = \frac{9,75}{13}$

Donc AF = $\frac{12 \times 9,75}{13}$ = 9 cm.

FC = AC – AF = 12 – 9 = 3 cm.

j) Calculer FD à l'aide du théorème de Pythagore.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle AFD rectangle en F :

$$AD^2 = AF^2 + FD^2$$

Soit : $9,75^2 = 9^2 + FD^2$

D'où : $FD^2 = 9,75^2 - 9^2 = 14,0625 = 3,75^2$

Donc FD = 3,75 cm.