

4^{ème} Composition n°2 de Mathématiques 2010-2011 Calculatrice autorisée
Date : 01/02/2011 Stanislas Notation sur 40 Durée : 2h
Appréciation :

Compétences du socle commun pouvant être évaluées :

3.1.3.	Raisonnement, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.	
3.1.4.	Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.	
3.2.2.	Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires : mener à bien un calcul mental, à la main, avec calculatrice, avec ordinateur.	
3.2.3.	Géométrie : connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace : utiliser leurs propriétés.	
3.2.4.	Grandeurs et mesure : réaliser des mesures (longueurs, durées...), calculer des valeurs (volumes, vitesse...) en utilisant différentes unités.	
5.5.1.	Images - Cartes - Croquis - Textes - Graphiques.	

1^{ère} PARTIE : PARTIE NUMERIQUE

/20

Exercice 1 : En détaillant toutes les étapes de calcul, calculer :

/3

$A = (-18) : 3 + 6 \times (-9)$	$B = 5 - 2 \times (-13 + 4)$	$C = (-16 - 9) : 5 + (7 - 15) \times (-2)$
---	--	--

Exercice 2 : En détaillant toutes les étapes de calcul, calculer puis simplifier au maximum :

/6

$D = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{7}{11}$	$E = \frac{7}{9} + \frac{2 - 2 \times 3}{3 - 3 \times 7}$	$F = 2 - \frac{5}{2} : \frac{15}{4}$	$G = \frac{1}{6} : \frac{6}{7} - \frac{3}{6} \times \frac{6}{8}$
---	---	--	--

Exercice 3 : Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

/6

Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Attention, le barème de cet exercice est le suivant : 1 point par bonne réponse ; -0,5 point par réponse fautive ; 0 point par absence de réponse.

		A	B	C	Réponse
1.	Pour $a = -2$, $3a + 5$ vaut	-1	11	-11	
2.	Si $x = -3$ alors l'expression $A = -2x^2$ est égale à	18	-18	36	
3.	Un randonneur parcourt 5 km en 1h 15 min. Sa vitesse moyenne est :	4km/h	4,3 km/h	5,75 km/h	
4.	Un objet coûte 12 000 €. Son prix augmente de 10%. Quel sera son nouveau prix ?	12 100 €	12 120 €	13 200 €	
5.	Une voiture roule à 50 km/h. En combien, de temps parcourt-elle 110 kilomètres ?	2 h 30 min	2 h 12 min	2 h 48 min	
6.	En 4 ^{ème} A, sur 30 élèves, il y a 40% de filles. En 4 ^{ème} B, sur 20 élèves il y a 60% de filles. Lorsque les deux classes sont réunies, quel est le pourcentage de filles dans le groupe ?	45%	48%	50%	

Exercice 4 :

/5

Les caractéristiques d'une ampoule donnent le tableau suivant :

Energie consommée par une ampoule			
Durée d'utilisation (en heures)	0,5	2	3
Energie consommée (en Wattheures)	30	120	180

1) Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifier.

.....

.....

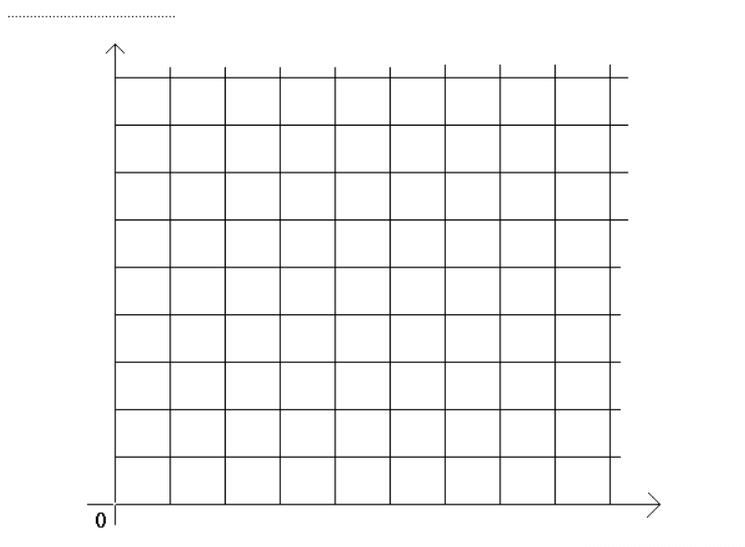
.....

.....

.....

2) Faire le graphique associé à ce tableau.

(Choisir 2 carreaux pour 1 heure en abscisses et 1 carreau pour 30 Wattheures en ordonnées).



NOM :	Prénom :	Classe :	Date :
-------	----------	----------	--------

3) À l'aide du graphique :

Pour une énergie consommée de 210 Wattheures, quelle est la durée d'utilisation (en heures) de l'ampoule ?
(Laisser les traits apparents).

.....
.....

4) À l'aide d'un calcul :

Pour une énergie consommée de 330 Wattheures, quelle est la durée d'utilisation (en heures) de l'ampoule ?

.....
.....
.....
.....
.....

5) À l'aide d'un calcul :

Pour une durée d'utilisation de 4h45min, quelle est l'énergie consommée (en Wattheures) par l'ampoule ?

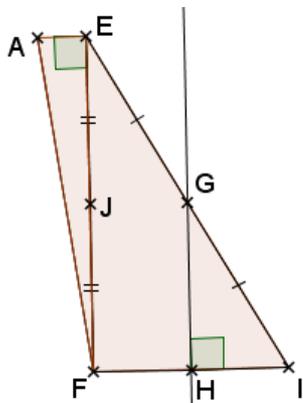
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2^{ème} PARTIE : ACTIVITES GEOMETRIQUES

/20

Exercice 1 :

/10



On a : $AE = 1 \text{ cm}$, $AF = 7 \text{ cm}$, $FI = 4 \text{ cm}$, $EI = 8 \text{ cm}$.
 J et G sont les milieux des côtés [EF] et [EI].

1) Calculer la longueur EF. Donner la valeur arrondie au centième près.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) En considérant que : $EF^2 = 48$. Démontrer que le triangle EFI est rectangle.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) Démontrer que les droites (GH) et (EF) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) Démontrer que les droites (JG) et (FI) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) Quelle est la nature du quadrilatère JGHF ? Justifier.

.....

.....

.....

.....

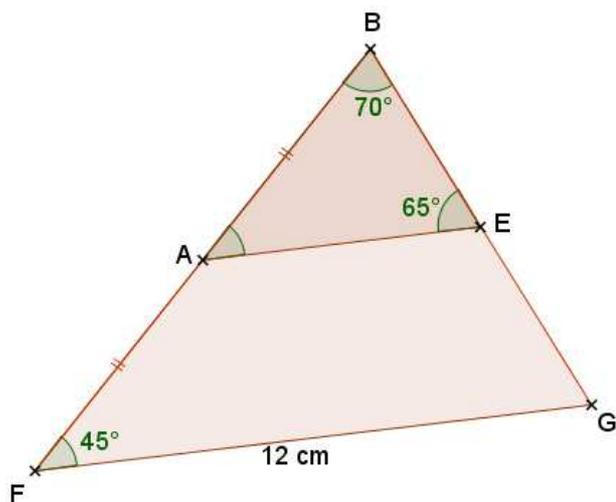
.....

.....

.....

Exercice 2 :

/8



1) Démontrer que la mesure de l'angle \widehat{BAE} est égale à 45° .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) Démontrer que les droites (AE) et (FG) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) Démontrer que E est le milieu du segment [BG].

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) Calculer AE.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 3 : I et J sont les milieux des côtés [AB] et [AC] d'un triangle ABC rectangle en B.
Sachant que $AB = 6\text{cm}$, construire le triangle ABC.

/2

I
x

J
x

CORRECTION

1^{ère} PARTIE : PARTIE NUMERIQUE

/20

Exercice 1 : En détaillant toutes les étapes de calcul, calculer :

/3

$A = (-18) : 3 + 6 \times (-9)$ $A = -6 + (-54)$ $A = -60$	$B = 5 - 2 \times (-13 + 4)$ $B = 5 - 2 \times (-9)$ $B = 5 - (-18)$ $B = 5 + 18$ $B = 23$	$C = (-16 - 9) : 5 + (7 - 15) \times (-2)$ $C = (-25) : 5 + (-8) \times (-2)$ $C = -5 + 16$ $C = 11$
--	--	---

Exercice 2 : En détaillant toutes les étapes de calcul, calculer puis simplifier au maximum :

/6

$D = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{7}{11}$ $D = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{7}{11}$ $D = \frac{5}{3} - \frac{28}{33}$ $D = \frac{5 \times 11}{3 \times 11} - \frac{28}{33}$ $D = \frac{55}{33} - \frac{28}{33}$ $D = \frac{27}{33}$ $D = \frac{27 : 3}{33 : 3}$ $D = \frac{9}{11}$	$E = \frac{7}{9} + \frac{2 - 2 \times 3}{3 - 3 \times 7}$ $E = \frac{7}{9} + \frac{2 - 6}{3 - 21}$ $E = \frac{7}{9} + \frac{-4}{-18}$ $E = \frac{7}{9} + \frac{4}{18}$ $E = \frac{7 \times 2}{9 \times 2} + \frac{4}{18}$ $E = \frac{14}{18} + \frac{4}{18}$ $E = \frac{18}{18}$ $E = 1$	$F = 2 - \frac{5}{2} : \frac{15}{4}$ $F = 2 - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15}$ $F = 2 - \frac{5 \times 2 \times 2}{2 \times 3 \times 5}$ $F = 2 - \frac{2}{3}$ $F = \frac{2}{1} - \frac{2}{3}$ $F = \frac{2 \times 3}{1 \times 3} - \frac{2}{3}$ $F = \frac{6}{3} - \frac{2}{3}$ $F = \frac{4}{3}$	$G = \frac{1}{6} : \frac{6}{7} - \frac{3}{6} \times \frac{6}{8}$ $G = \frac{1}{6} \times \frac{7}{6} - \frac{3}{6} \times \frac{6}{8}$ $G = \frac{1 \times 7}{6 \times 6} - \frac{3 \times 6}{6 \times 8}$ $G = \frac{7}{36} - \frac{3}{8}$ $G = \frac{7 \times 2}{36 \times 2} - \frac{3 \times 9}{8 \times 9}$ $G = \frac{14}{72} - \frac{27}{72}$ $G = \frac{-13}{72}$
---	---	---	---

Exercice 3 : Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

/6

Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Attention, le barème de cet exercice est le suivant : 1 point par bonne réponse ; -0,5 point par réponse fautive ; 0 point par absence de réponse.

		A	B	C	Réponse
1.	Pour $a = -2$, $3a + 5$ vaut	-1	11	-11	A
2.	Si $x = -3$ alors l'expression $A = -2x^2$ est égale à	18	-18	36	B
3.	Un randonneur parcourt 5 km en 1h 15 min. Sa vitesse moyenne est :	4km/h	4,3 km/h	5,75 km/h	A
4.	Un objet coûte 12 000 €. Son prix augmente de 10%. Quel sera son nouveau prix ?	12 100 €	12 120 €	13 200 €	C
5.	Une voiture roule à 50 km/h. En combien, de temps parcourt-elle 110 kilomètres ?	2 h 30 min	2 h 12 min	2 h 48 min	B
6.	En 4 ^{ème} A, sur 30 élèves, il y a 40% de filles. En 4 ^{ème} B, sur 20 élèves il y a 60% de filles. Lorsque les deux classes sont réunies, quel est le pourcentage de filles dans le groupe ?	45%	48%	50%	B

CORRECTION

Exercice 4 :

/5

Les caractéristiques d'une ampoule donnent le tableau suivant :

Energie consommée par une ampoule			
Durée d'utilisation (en heures)	0,5	2	3
Energie consommée (en Wattheures)	30	120	180

1) Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifier.

On calcule séparément les rapports :

$$30/0,5 = 60$$

$$120/2 = 60$$

$$180/3 = 60$$

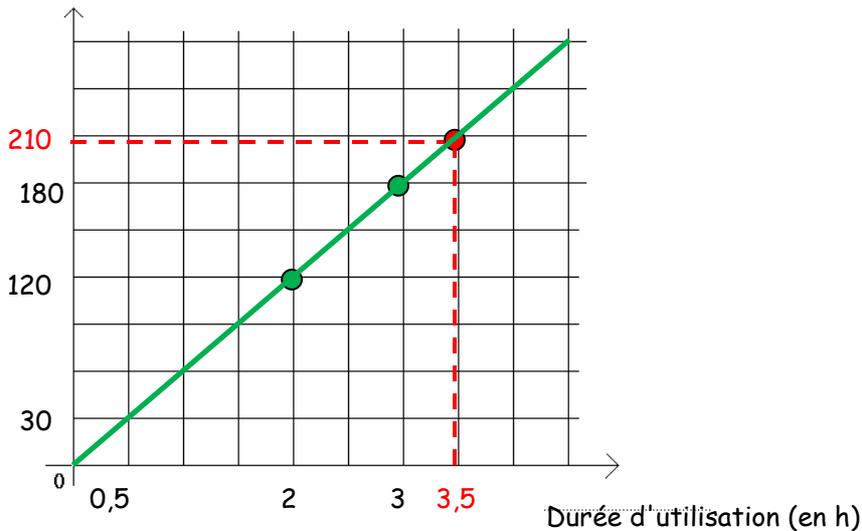
On remarque que $30/0,5 = 120/2 = 180/3 = 60$

Le tableau ci-dessus est donc bien un tableau de proportionnalité, le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la 1^{ère} ligne à la 2^{ème} ligne est 60.

2) Faire le graphique associé à ce tableau.

(Choisir 2 carreaux pour 1 heure en abscisse et 1 carreau pour 30 Wattheures en ordonnée).

Energie consommée (en Wattheures)



3)

À l'aide du graphique :

Pour une énergie consommée de 210 Wattheures, quelle est la durée d'utilisation (en heures) de l'ampoule ?
(Laisser les traits apparents).

Pour une énergie consommée de 210 Wattheures, la durée d'utilisation de l'ampoule est de 3,5 heures (soit 3h 30 min).

4) À l'aide d'un calcul :

Pour une énergie consommée de 330 Wattheures, quelle est la durée d'utilisation (en heures) de l'ampoule ?

D'après la question 1) l'énergie consommée est proportionnelle à la durée d'utilisation alors le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité :

2

X

CORRECTION

120	330
-----	-----

On a : $120/2 = 330/x$

$$120 x = 2 \times 330$$

$$x = 2 \times 330/120$$

$$x = 2 \times 3 \times 11 \times 10/2 \times 3 \times 2 \times 10 = 11/2 = 5,5$$

Pour une énergie consommée de 330 Wattheures la durée d'utilisation est de 5,5h.

5) À l'aide d'un calcul :

Pour une durée d'utilisation de 4h45min, quelle est l'énergie consommée (en Wattheures) par l'ampoule ?

D'après la question 1) l'énergie consommée est proportionnelle à la durée d'utilisation alors le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité :

$$4h45min = 4h + 45 \text{ min}$$

$$= 4h + 45/60 \text{ h}$$

$$= 4h + 0,75 \text{ h}$$

$$= 4,75 \text{ h}$$

2	4,75
120	x

On a : $120/2 = x/4,75$

$$2 x = 120 \times 4,75$$

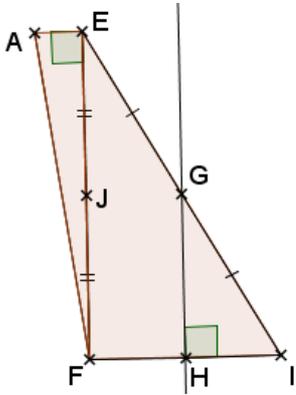
$$x = 120 \times 4,75/2$$

$$x = 60 \times 4,75 = 285$$

Pour une durée d'utilisation de 4h45min, l'énergie consommée par l'ampoule est de 285 Wattheures.

Exercice 1 :

/10



On a : $AE = 1 \text{ cm}$, $AF = 7 \text{ cm}$, $FI = 4 \text{ cm}$, $EI = 8 \text{ cm}$.
 J et G sont les milieux des côtés $[EF]$ et $[EI]$.

1) Calculer la longueur EF . Donner la valeur arrondie au centième près.

On sait que le triangle AEF est rectangle en E

On utilise le théorème de Pythagore

On obtient que $AF^2 = AE^2 + EF^2$

$$7^2 = 1^2 + EF^2$$

$$49 = 1 + EF^2$$

$$EF^2 = 49 - 1$$

$$EF^2 = 48 \quad (\text{valeur exacte})$$

$$EF = \sqrt{48}$$

$$EF \approx 6,93 \text{ cm} \quad (\text{valeur approchée})$$

2) En considérant que : $EF^2 = 48$. Démontrer que le triangle EFI est rectangle.

On sait que : $[EI]$ est le plus grand côté.

On calcule séparément :

$$EI^2 = 8^2 = 64$$

$$EF^2 + FI^2 = 48 + 4^2 = 48 + 16 = 64$$

$$\text{On remarque que : } EI^2 = EF^2 + FI^2$$

On utilise la réciproque du théorème de Pythagore

On obtient que le triangle EFI est rectangle en F .

3) Démontrer que les droites (GH) et (EF) sont parallèles.

On sait que : Les droites (EF) et (FI) sont perpendiculaires (car d'après la question 2) le triangle EFI est rectangle en F)

Les droites (GH) et (FI) sont perpendiculaires (d'après le codage)

On utilise la propriété : Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles

On obtient que les droites (EF) et (GH) sont parallèles.

4) Démontrer que les droites (JG) et (FI) sont parallèles.

On sait que dans le triangle EFI : J est le milieu de $[EF]$

G est le milieu de $[EI]$

On utilise le théorème de la droite des milieux :

« Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au 3^{ème} côté. »

On obtient que (JG) et (FI) sont parallèles.

CORRECTION

5) Quelle est la nature du quadrilatère JGHF ? Justifier.

Comme le quadrilatère JGHF a ses côtés opposés parallèles :

[JG] et [FH] sont parallèles (d'après 4) : $(JG) // (FI)$ avec H un point de (FI)) et

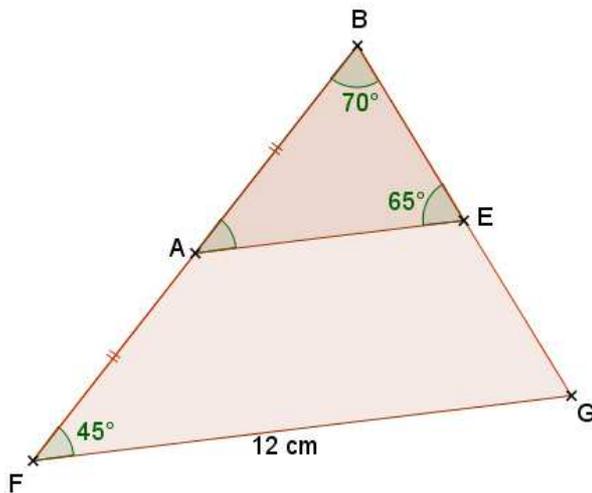
[JF] et [GH] sont parallèles ((d'après 3) $(EF) // (GH)$ et J un point de [EF])

alors le quadrilatère JGHF est un parallélogramme.

De plus, d'après le codage le quadrilatère JGHF a un angle droit, c'est donc un rectangle.

Exercice 2 :

/8



1) Démontrer que la mesure de l'angle \widehat{BAE} est égale à 45° .

On sait que ABE est un triangle;

On utilise la propriété : la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°

On obtient que : $\widehat{BAE} + \widehat{ABE} + \widehat{AEB} = 180^\circ$

$$\widehat{BAE} + 70 + 65 = 180 - 70 - 65 = 45^\circ$$

L'angle \widehat{BAE} mesure 45° .

2) Démontrer que les droites (AE) et (FG) sont parallèles..

On sait que les droites (AE) et (FG) coupées par la sécante (BF) forment deux angles correspondants de même mesure :

$$\widehat{BAE} = \widehat{BFG} = 45^\circ$$

On utilise la propriété de 5^{ème} :

« Si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants de même mesure alors ces deux droites sont parallèles. »

On obtient que les droites (AE) et (FG) sont parallèles.

3) Démontrer que E est le milieu du segment [BG].

On sait que : Dans le triangle

A est le milieu du côté [BF]

(AE) est parallèle à (FG) (d'après 2))

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le 3^e côté en son milieu.

CORRECTION

On obtient que E est le milieu de [BG].

4) Calculer AE.

On sait que dans le triangle

A est le milieu du côté [BF]

E est le milieu du côté [BG]

On utilise le théorème du segment des milieux :

Dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés mesure la moitié du 3^{ème} côté.

On obtient que :

$$AE = FG : 2$$

$$AE = 6 \text{ cm}$$

Exercice 3 : I et J sont les milieux des côtés [AB] et [AC] d'un triangle ABC rectangle en B.
Sachant que $AB = 6 \text{ cm}$, construire le triangle ABC.

/2

